



БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ  
ИНСТИТУТ ПО ИНФОРМАЦИОННИ И  
КОМУНИКАЦИОННИ ТЕХНОЛОГИИ

---

Ташо Димитров Ташев

**АЛГОРИТМИ ЗА БЕЗКОНФЛИКТНО РАЗПИСАНИЕ НА ПАКЕТЕН  
КОМУТАТОР С МАТРИЧЕН ПРЕВКЛЮЧВАТЕЛ**

ДИСЕРТАЦИЯ

за присъждане на образователна и научна степен „доктор“  
по докторска програма „Информатика“,  
професионално направление 4.6. “Информатика и компютърни науки“

Научен консултант: проф. д-р Владимир Монов

София, 2023 г.

|                                                                                                                                                     |                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| <b>Съдържание</b>                                                                                                                                   |                              |
| <b>Съдържание .....</b>                                                                                                                             | <b>2</b>                     |
| <b>Речник на термини и съкращения, използвани в дисертационния труд .....</b>                                                                       | <b>5</b>                     |
| <b>Увод.....</b>                                                                                                                                    | <b>7</b>                     |
| <b>Структура на дисертацията.....</b>                                                                                                               | <b>8</b>                     |
| <b>Глава 1. Подходи, методи и средства за изследвания на модели за информационни взаимодействия .....</b>                                           | <b>10</b>                    |
| 1.1 Информационни технологии, информационни процеси и взаимодействия .....                                                                          | 10                           |
| 1.2 Синтез на модели на информационни взаимодействия .....                                                                                          | 20                           |
| 1.2.1 Подходи и методи за синтез на структурата на сложни системи.....                                                                              | 20                           |
| 1.2.2 Формални средства за описание на паралелни процеси. ....                                                                                      | 23                           |
| 1.3 Обобщени мрежи(ОМ). ....                                                                                                                        | 26                           |
| 1.4 Задачата за безконфликтно разписание на пакетен комутатор с матричен превключвател.....                                                         | 31                           |
| 1.5 Изводи.....                                                                                                                                     | 37                           |
| 1.6 Цел и задачи на дисертационния труд.....                                                                                                        | 37                           |
| <b>Глава 2. Обобщено-мрежови модели на алгоритми с входящо буфериране и Виртуални изходни опашки (VOQ) .....</b>                                    | <b>39</b>                    |
| 2.1. ОМ-модел на "реброви" алгоритъм "Вълнов Фронт" .....                                                                                           | 39                           |
| 2.1.1ОМ-модел на алгоритъма „Вълнов Фронт” .....                                                                                                    | 40                           |
| 2.1.2 Формални свойства на модела.....                                                                                                              | 43                           |
| 2.2 Две модификации на ОМ-модела на алгоритъма "Вълнов Фронт".....                                                                                  | 44                           |
| 2.2.1 ОМ-модел на алгоритъма „left-right” .....                                                                                                     | 44                           |
| 2.2.2 Свойства на ОМ-модела .....                                                                                                                   | 48                           |
| 2.3 ОМ-модел на централизиран (последователн) "реброви" алгоритъм "наблюдение" (Observation). ....                                                  | 51                           |
| 2.3.1 ОМ-модел на изчислението на разписанието.....                                                                                                 | Error! Bookmark not defined. |
| 2.3.2 Свойства на конструирания ОМ-модел.....                                                                                                       | Error! Bookmark not defined. |
| 2.4 Модификация ("разширение") на ОМ-модела на алгоритъма "наблюдение".....                                                                         | 54                           |
| 2.4.1 ОМ-модел на процеса на комутация.....                                                                                                         | Error! Bookmark not defined. |
| 2.4.2 Свойства на конструирания модел.....                                                                                                          | Error! Bookmark not defined. |
| 2.5 Изследване на Пропускателната способност (ПС) под управление на алгоритмите за най-прост модел входящ трафик ( i.i.d. Bernoulli uniform ). .... | 58                           |
| 2.6 Изводи.....                                                                                                                                     | 60                           |
| <b>Глава 3 Обобщено-мрежови модели и компютърната симулация на пропускателната способност на алгоритми за безконфликтно разписание .....</b>        | <b>62</b>                    |
| 3.1 Обобщено-мрежови модели на 4 типови вида входящ трафик. Семейства шаблони за входящ трафик статичен модел с натрупване по вход). ....           | 62                           |

|                                                                                 |            |
|---------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.1.1 Изграждане на обобщено-мрежови модел на алгоритъма.....                   | 63         |
| 3.1.2 Резултати от изчислителни експерименти .....                              | 64         |
| 3.1.3 Шаблони за равномерно разпределен трафик .....                            | 65         |
| 3.2 Обобщено-мрежови модел на компютърната симулация на КПД на                  |            |
| Алгоритми (ядро на PIM-алгоритъм, разширен модел) .....                         | 67         |
| 3.2.1 Описание PIM-алгоритма.....                                               | 67         |
| 3.2.2 Изграждане на обобщено-мрежови модел на алгоритъма .....                  | 68         |
| 3.2.3 Изчислителни експерименти .....                                           | 70         |
| ОМ-модел на PIM-алгоритъм.....                                                  | 74         |
| Формално описание на ОМ-модела .....                                            | 77         |
| Свойства на ОМ-модела.....                                                      | 79         |
| 3.3 Обобщено-мрежови модел на разпределен (паралелен) "реброви" алгоритъм PIM   |            |
| (краен).....                                                                    | 80         |
| 3.3.1 Моделиране на алгоритъма .....                                            | 80         |
| 3.3.2 Формално описание на ОМ-модела на алгоритъма PIM .....                    | 83         |
| 3.3.3 Семейство шаблони за неравномерен трафик.....                             | 86         |
| 3.3.4 Резултати от гريد-симулациите.....                                        | 87         |
| 3.4 Обобщено-мрежови модел на "тегловен" алгоритъм LPF.....                     | 88         |
| 3.4.1 LPF-алгоритъм за безконфликтно разписание .....                           | 89         |
| 3.4.2 Обобщено-мрежови модел на LPF-алгоритъма .....                            | 90         |
| 3.4.3 Описание на алгоритъма .....                                              | 91         |
| 3.4.4 Формална спецификация на ОМ-модела, отнасящ се до LPF-алгоритъма .....    | 92         |
| 3.4.5 Компютърна симулация.....                                                 | 94         |
| 3.5 Изследване на Пропускателната способност (ПС) на комутационното поле под    |            |
| управление на алгоритмите за 4 модела входящ трафик.....                        | 96         |
| 3.5.1 Изграждане на обобщен мрежов модел на алгоритъма .....                    | 96         |
| 3.5.2 Изчислителни експерименти.....                                            | 97         |
| 3.6 Изводи.....                                                                 | 100        |
| <b>Глава 4. Нов алгоритъм за безконфликтно разписание MiMa.....</b>             | <b>102</b> |
| 4.1 "Слаб (soft)" и "тежък (hard)" критерий за конфликтност при "тегловни"      |            |
| алгоритми. ....                                                                 | 102        |
| 4.1.1 Алгоритъмът MiMa.....                                                     | 102        |
| 4.2 Обобщено-мрежови модел на нов "тегловен" алгоритъм - MiMa. ....             | 104        |
| 4.2.1 Моделиране на алгоритъма .....                                            | 105        |
| 4.2.2 Формално описание на ОМ-модела на MiMa-алгоритъма .....                   | 107        |
| 4.2.3 Семейство шаблони за неравномерен трафик.....                             | 111        |
| 4.2.4 Резултати от гريد-симулациите.....                                        | 112        |
| 4.3 Проверка на принципа "винаги избирай най-тежък коефициент". Варианти на     |            |
| MiMa "max-min", "min-max", "min-min" .....                                      | 114        |
| 4.3.1. ОМ-базиран моделът на MiMa.....                                          | 115        |
| 4.3.2 Компютърна симулация на ПС.....                                           | 116        |
| 4.3.3. Сравнение на вариантите .....                                            | 118        |
| 4.4 Изводи.....                                                                 | 119        |
| <b>Глава 5. Числена процедура за точна горна граница на ПС на алгоритмите в</b> |            |
| <b>зададен диапазон на размерност на комутационното поле.....</b>               | <b>120</b> |

|                                                                            |            |
|----------------------------------------------------------------------------|------------|
| 5.1 Входящи данни. Постановка на задачата. Съществуване на решението. .... | 120        |
| 5.2 Спецификация на числената процедура. Евристично решение. ....          | 126        |
| 5.3 Точна горна граница за КПД на PIM. ....                                | 128        |
| 5.4 Точна горна граница за КПД на LPF. ....                                | 129        |
| 5.5 Точна горна граница за КПД на MiMa. ....                               | 130        |
| 5.6 Сравнение на КПД и времева сложност на алгоритмите. ....               | 130        |
| 5.7 Изводи. ....                                                           | 131        |
| <b>Заклучение - Резюме на получените резултати. ....</b>                   | <b>132</b> |
| <b>Насоки за бъдещи изследвания. ....</b>                                  | <b>134</b> |
| <b>Публикации по темата на дисертационния труд. ....</b>                   | <b>135</b> |
| <b>Забелязани цитирания. ....</b>                                          | <b>137</b> |
| <b>Декларация за оригиналност на резултатите. ....</b>                     | <b>138</b> |
| <b>Библиография. ....</b>                                                  | <b>139</b> |



## Речник на термини и съкращения, използвани в дисертационния труд

АИР - Атомарни Информационни Ресурси

ВОС - Взаимодействащи Отворени Системи

ЕМ - Еталония модел

ИнС - Информационни Системи

ИТ - Информационните технологии

ИКТ – информационни и комуникационни технологии

КПД - Коефициента на полезно действие

МиМа - Minimum of Maxima (MiMa) - алгоритъм за безконфликтно разписание

МП - мрежи на Петри

ОФ - Организираны Формы

ПС- Пропускателната Способност

РИР - Разпределени Информационни Ресурси

РИнС - Разпределена Информационна Система

САПР - Системите за Автоматизирано Проектиране

ATM - Asynchronous Transfer Mode

CEN - European Committee for Standardization

CENELEC - Comite Europeen Normalization Electrotechnique

Crossbar (Switch Node) – пакетен коммутатор с матричен преключвател

DCE - Distributed Computing Environment

ETSI - European Telecommunication Standards Institute

GOSIP - Government Open Systems Interconnections Profile

IEC - International Electrotechnical Commission - Международната комисия по електротехника

IEEE - Institute of Electrical and Electronics Engineering

IETF - Internet Engineering Task Force

ITU - International Telecommunication Union - Международния телекомуникационен съюз

ISO - International Standards Organization

LAN - Local Area Networks

NIST - National Institute of Standards and Technologies - Националният институт по стандарти и технологии

OSF - Open Software Foundation

PIM - Parallel Iterative Matching алгоритъм

RR- Round-Robin схеми

TDM -Time Division Multiplexing – Мултиплексиране чрез разделяне по време

VOQ - Virtual Output Queueing - Виртуална изходяща опашка

W3C - World Wide Web Consortium

Wave Front – алгоритъм „Вълнов Фронт”

## Увод

Информационните технологии (ИТ) се използват в най-разнообразни сфери на дейността на съвременното общество, най-напред - в информационната сфера. Те позволяват оптимизирането на различни информационни процеси и завършвайки с информационно моделиране и прогнозиране на глобални процеси в развитието на природата и обществото.

Развитието на ИТ в много аспекти определя усъвършенстването на другите технологии, и позволява ефективно да се решат проблемите на информатизацията на световното съобщество. Методите и средствата за това се дават от информатиката. За разлика от класическата математика информатиката изучава не просто решаването на задачи, а решаването им на компютър с отчитане ограниченията на изчислителните средства по време и обем памет, т.е. с отчитане на времевата и обемна (памет) сложност на използваните алгоритми. Успехът при решаването на коя да е задача основно се определя от алгоритъма, при чиято разработка в една или друга степен се използва формален модел със закони на композиция, декомпозиция и свойства. Основен предмет на дисертационната работа са алгоритми, които са елемент от тъй наречените мрежови ИТ - реализуеми във вид на локални и глобални информационни системи.

Към настоящия момент телекомуникационните потоци са от цифров вид на основата на обмена на пакети. В мрежите за обмен на информация основни възли са комутаторите (switchnode), наричани още рутери и маршрутизатори. Техен централен блок е превключвателят (комутационно поле и управляваща схема), който осъществява необходимото „прехвърляне“ на пакетите данни от входните към изходните комуникационни линии чрез изпълнение на изчислено „разписане“. Управляващата схема реализира безконфликтно предаване през комутационното поле следвайки това разписание, което се изчислява от съответен алгоритъм. Такива алгоритми за безконфликтно разписание са обект на настоящия дисертационен труд. Увеличаването на обемите и скоростите на информационни трафик изисква нови алгоритми.

В настоящият дисертационен труд се моделират със средствата на формалния апарат на Обобщените мрежи (ОМ) съществуващи алгоритми за безконфликтно разписание в пакетен комутатор с матричен превключвател и се предлага ОМ-модел на нов алгоритъм, наречен МиМа (MiMa – Minimum of Maxima). Проведените компютърни симулации на пропускателната способност на комутатора с МиМа-алгоритъм позволяват да се определят неговите положителни страни, а също и недостатъци. Това дава възможност да се набележат бъдещи изследвания за подобряване на МиМа-алгоритъма.

## Структура на дисертацията

Дисертационният труд е структуриран в **пет** глави.

В **първа глава** е направен аналитичен обзор на подходите и методите за синтез на модели на информационни взаимодействия и структура на сложни системи. Мотивирана е необходимостта от използване апаратът на Обобщените мрежи (ОМ) като формално средство за описание на паралелни процеси. Като конкретен обект за прилагането им (ОМ) е избрана задачата за изчисление на безконфликтно разписание в пакетен комутатор.

Във **втора глава** са представени разработените ОМ-модели за алгоритмите „Вълнов фронт“ и „Наблюдение“ и техни три модификации. Алгоритмите са с последователно изчисление. По този начин е отработена методиката за избор на минимално необходимите компоненти на ОМ за формална спецификация на алгоритмите за безконфликтно разписание.

В **трета глава** е описан метод за последователно построяване (в 3 етапа) на ОМ-модел на РИМ-алгоритъма(тип „ребро“), който използва паралелно изчисление на безконфликтно разписание. В резултат в явен вид се показват точките на синхронизация на паралелните процеси. Специфициран е ОМ-модел на „тегловен“ тип алгоритъм – LPF. Моделът позволява лесно определяне на най-„тежката“ изчислителна операция (сортиране). За целите на компютърната симулация на пропускателната способност на комутатора са дефинирани семейства шаблони на известни видове входящ трафик (uniform, Chang, Chao, Rojas-Chessa).

В **четвърта глава** е описан нов алгоритъм – МиМа. Той е от „тегловен“ тип с последователно изчисление, основан на формулиран от нас "тежък (hard)" критерий за конфликтност. Изследвани са четирите варианта за избор на тегловни коефициенти. Компютърната симулация потвърждава, че класическата дисциплина „max-max“ дава максимална пропускателна способност(ПС), а „min-min“ – минимална ПС.

В **пета глава** е специфицирана числена процедура за изчисляване на точна горна граница на пропускателната способност на комутатора, при неограничен входящ буфер. Намерено е евристично решение, за зададен диапазон от размерности на комутационното поле на комутатора. На тази база е направено сравнение на ПС за алгоритмите РИМ, МиМа и LPF. Направени са предложения за „подобряване“ на новия МиМа-алгоритъм

В **Заключението** е представено резюме на получените резултати. Определени са насоки за бъдещи изследвания и развитие. Представен е списък с научни публикации по темата и забелязани цитирания.

Дисертационният труд съдържа 151 страници, 24 фигури, 2 таблици и 130 литературни източника.

## Глава 1. Подходи, методи и средства за изследвания на модели за информационни взаимодействия

### 1.1 Информационни технологии, информационни процеси и взаимодействия

Информационна технология е представено във формиран вид концентрирано изложение на научни знания и практически опит, позволяващо по рационален начин да се организира един или друг достатъчно често повтарящ се информационен процес. При което се постига икономия на разходите за труд, енергия или материални ресурси, необходими за реализацията на този процес [1, 2].

Информационните технологии (ИТ) се използват в най-разнообразни сфери на дейността на съвременното общество, разбира се - най-напред - в информационната сфера. Те позволяват оптимизирането на различни информационни процеси - започвайки от подготовката и издаването на печатна продукция и завършвайки с информационно моделиране и прогнозиране на глобални процеси в развитието на природата и обществото.

Анализирайки ролята и значението на ИТ за съвременния етап на развитие на обществото, може да се направи извод, че тази роля е стратегически важна, а значението на тези технологии продължава да нараства. Аргументи за такива изводи дават уникалните свойства на ИТ, които могат да ги издигнат на приоритетно място по отношение на производствените и социални технологии (казано по друг начин: без информационни технологии другите два вида няма да се използват в пълните им възможности). Най-важните от тези свойства са следните (следвайки К.Колин [3]):

1. ИТ позволяват активизиране и активно използване на информационните ресурси на обществото.
2. ИТ позволяват да се оптимизират и в много случаи да се автоматизират информационните процеси. Последните заемат все по-голямо място в дейността на човешкото общество. Развитието на цивилизацията е към “информационно общество”, в което обект и резултат на труда на болшинството от заетото население се явяват вече не материални ценности, а информация и научни знания.
3. Информационните процеси се явяват важен елемент на други, по-сложни производствени или социални процеси. Характерни примери - системи за автоматизирано проектиране на промишлени изделия, гъвкави автоматизирани и роботизирани производства, автоматизирани системи за управление на технологични процеси и т.н.

4. ИТ играят изключително важна роля в осигуряването на информационното взаимодействие между хората, а също и в системите за подготовка и разпространение на масова информация.

5. ИТ заемат централно място в процеса на интелектуализация на обществото, развитието на неговите системи за образование и култура. Примери: дистанционно обучение, компютърни класове, “мулти-медия”.

6. ИТ имат ключова роля и в процесите на получаване и натрупване на нови знания. Например при информационно моделиране, “изчислителни експерименти”, методите на изкуствен интелект, когнитивна компютърна графика.

7. ИТ дават надежди за бъдещето (прогностични) - информационно моделиране на глобални процеси, космически мониторинг на кризисни райони от социален или природен характер.

Най-перспективни днес и за близкото бъдеще изглеждат технологиите, свързани с най-масовите информационни процеси, чиято оптимизация и ще даде най-голяма икономия благодарение на широкото им и многократно използване.

Открояват се:

- ИТ за подготовка на текстове - подготовка, съхраняване, обработка и копиране на текстова информация - най-масова;

- ИТ за “електронизация” на информационните ресурси - прехвърляне на натрупаната от човечеството информация на технически (компютърно-читаеми) носители;

- мрежови информационни технологии - освен осигуряване на обмен на информация между отделни потребители на информационно-изчислителни системи, създаване за тях и възможности за кооперирано използване на разпределените информационни ресурси на обществото (справочна, документи и друга информация от специализирани фондове);

- ИТ за системите за обслужване на населението - банкови ИТ, търговия, транспорт, здравеопазване, юридически служби, социално осигуряване и др.). Не само компютърни ИТ, но и цялата информационна обществена среда (справочни системи, инфо-указатели по пътищата, улиците, предприятията, летища и гари);

- ИТ в сферата на организацията на управление - в предприятия, организации, държавната власт и местното самоуправление);

- ИТ за осигуряване националната сигурност на държавата - защита на жизнено-важните интереси на личността, обществото и държавата в информационната сфера [4].

Може да се направи извода, че ИТ трябва да се разглеждат не само като средство за рационална организация на информационната среда на съвременното общество, но и като

катализатор на процеса на развитието му. Според академик В.А.Горбатов (първи вице-президент на Международната академия по информационни науки) “благосъстоянието и процъфтяването на всяка държава в края на XX век и настъпващия век на информационното общество в много отношения се определя от възможностите и за създаване на информационни средства (в това число software)” [5].

Създаването на информационни средства се определя преди всичко от развитието на информационната математика (информатика - computerscience). Ефективността на такава технология се определя не само от постигнатите успехи на информатиката, но и от разработките на нови математически модели на решения на сложни задачи, създаване на програмен инструментариум за поддръжка на процедури за работа със знания, разработката и внедряването на нови глобални, в мащабите на отделни региони и на цялото Земено кълбо, информационни мрежи.

Очевидно, че развитието на ИТ в много аспекти определя усъвършенстването на другите технологии, и ще позволи ефективно да се решат проблемите на информатизацията на световното съобщество. Методите и средствата за това се дават от информатиката.

За разлика от класическата математика информатиката изучава не просто решаването на задачи, а решаването им на компютри с отчитане ограниченията на изчислителните средства по време и обем памет, т.е. с отчитане на времевата и обемна (памет) сложност на използваните алгоритми [6].

Успехът при решаването на коя да е задача основно се определя от алгоритъма, при чиято разработка в една или друга степен се използва формален модел със закони на композиция, декомпозиция и свойства.

Основен предмет на дисертационната работа са т.нар. мрежови ИТ - реализуеми във вид на локални и глобални информационни системи.

На сегашния етап развитието и внедряването на мрежови ИТ в организациите и фирмите в България се движат в следните три основни направления.

1. По държавните предприятия, фирмите, а също и в органите на държавното и местно управление завършва изграждането на локални информационни системи, на базата на локални компютърни мрежи от до няколко десетки персонални компютъра, имащи достъп до един или няколко файл-сървъра. Във ВУЗ-овете и БАН това вече е направено. Най-зле е в системата на училищното образование, поради финансови причини.

2. Създаване на териториални информационно-телекомуникационни системи от голям (за наши условия) мащаб, предназначени да удовлетворяват потребностите на страната ни в информационни и телекомуникационни услуги. В наземната част се използват изградените



високоскоростни оптични цифрови канали за предаване на данни. Отделни организации и фирми имат достъп до спътникови канали. Така се поставя основата за информационна интеграция с международните информационни системи в Европа и Америка.

3. Създаване на интегрирани информационни системи от градски, областен и републикански мащаб, с основна цел осигуряване на информационни комуникации между абонати от конкретен регион. Перспективата е предоставяне на различен вид информационни услуги чрез отдалечен достъп до специализирани бази данни с икономическа, правова, социална и научно-техническа информация.

Такива системи трябва да се изграждат на единни системни и методологически принципи и да осигуряват възможност за последващо информационно съгласуване както в мащаба на няколко региона, така и в рамките на страната. Също така трябва да се държи сметка за международните стандарти и протоколи за информационен обмен, за да може в необходимите случаи да се осигури информационно съгласуване с вече съществуващите, а и с бъдещите информационно-телекомуникационни системи на другите държави.

Обикновените потребители имат на разположение комутируеми Internet-връзки, кабелни модеми при кабелните оператори на телевизионни програми, а също и системите на мобилните оператори. Така те също имат достъп до новите ИТ.

Без съмнение, за ефективния обмен на информация между информационни системи и осигуряване на качествени информационни продукти са необходими стандарти за структурата, съдържанието и протоколите на предаваната информация.

Съвременното динамично обединяване на технологиите на компютрите, предаването на данни, битовата електроника и мулти-медиа изискват постоянно въвеждане на нови стандарти [7]. Процесът на стандартизация изисква решаването на следните задачи: определяне на обекта на стандартизация, областта на стандартизация за дадения обект, основните цели на стандарта, терминологичните категории на стандарта, съответствие на стандарта на международните аналози или изисквания в дадената област на стандартизация [8].

Съществуват органи по стандартизация, решаващи тези задачи на международно ниво. Всяка държава също притежава стандартизиращ орган. На практика той утвърждава Държавен профил (подмножество на международните стандарти), разработен по поръчка от научна организация. В Русия Държавния профил [9] в интересуващата ни област е разработен от Комитета при Президента на Руската Федерация по политиката на информатизация. В САЩ Government Open Systems Interconnections Profile (GOSIP) [10] - от Националния институт по стандарти и технологии (National Institute of Standards and Technologies - NIST), който

представлява интересите на държавния сектор (правителството). В Европейския съюз изборът на профил се препоръчва да става по ISO/IEC TR 100000-2:1998 [11].

На международно ниво водещи организации са Международната организация по стандартите (International Standards Organization - ISO [12]), Международната комисия по електротехника (International Electrotechnical Commission - IEC [13]) и Международния телекомуникационен съюз (International Telecommunication Union - ITU [14]).

Нарастваща роля в тези организации играят не закритите заседания на няколко чиновника (както пишат за своите в Русия [15]), а консорциуми, организации и форуми, основани по специфични теми, от типа OSF (Open Software Foundation [16]) за DCE (Distributed Computing Environment), IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineering [17]) за LAN (Local Area Networks), или ATMFORUM [18] за ATM (Asynchronous Transfer Mode).

Международните организации ISO, IEC и ITU са утвърдени и признати стандартизационни органи, действащи в междудисциплинарния сектор на новите информационни технологии. Те имат свои филиали в Европейските стандартизиращи организации - в European Committee for Standardization (CEN [19]), Comité Européen Normalization Electrotechnique (CENELEC [20]) и в European Telecommunication Standards Institute (ETSI [21]).

Появата на Интернет (Internet) също направи от създалия я разработчик Internet Engineering Task Force (IETF) практически орган по стандартизацията в тази област [22]. За WEB-пространството такъв се явява World Wide Web Consortium (W3C [23]).

На световно и европейско ниво изброените организации координират своите действия за достигане на максимално сътрудничество [24].

Има и цял ред други организации [25], освен посочените, които осигуряват значително съдействие на стандартизацията в областта на ИТ. Но нашата цел не е да опишем всички, а да покажем какво внимание предизвикват ИТ, и доколкото е възможно в такова кратко изложение, да покажем сложността на проблемите, предизвиквани от прогреса в тази област.

Всички международни организации си взаимодействат, защото в световното информационно пространство се заражда “глобална информационна магистрала”, която ще изисква нови, още по-ефективни методи за бърз, качествен, “мобилен” информационен обмен.

Методологическа основа на новите видове информационен обмен е информационната технология на отворените системи, която трябва да осигури възможности за:

- унифициран обмен на данни между различни компютри (концепцията за взаимодействащи отворени системи - VOS [26]);
- преносимост на приложните програми между различни платформи (апаратни средства и операционни системи);

- мобилност на потребителите - достъп до всякакви данни през всякакви мрежи по еднотипов и удобен за потребителя интерфейс.

С други думи методологическата основа има три основополагащи аспекта: взаимодействие (interoperability), преносимост (programportability) и мобилност (userportability) [27]. Основен въпрос на тази дисертация е първия аспект - взаимодействието, което се определя от международните стандарти по ВОС. Защото взаимодействието осигурява функционалната среда от отворени системи - осигурява на информационните процеси от потребителско ниво компютърна (в най-общ смисъл на преплитане на изчислителна и телекомуникационна техника) среда, която поддържа преносими, мащабируеми и взаимодействащи приложни програми чрез стандартни услуги, интерфейси, формати и протоколи. Разбира се, в самите взаимодействащи отворени системи също протичат процеси, които са част от информационните процеси. Затова е необходимо да се познават принципите на ВОС.

Функционалната среда от отворени системи е изградена на принципа на Еталонния модел на ВОС. Първоначално Еталония модел (ЕМ) в общ вид е описан в стандарта ISO 7498 [26]. След което бързо е възприет и публикуван като стандарт и от всички останали международни организации. В частност ССИТТ го издава като препоръка X.200 [28]. Актуалното издание на въвеждащия във ВОС стандарт е ISO/IEC 9594-1:1998 [29]. Препоръката на ITU-T X.200 [30] не е претърпяла преиздаване по-отдавна.

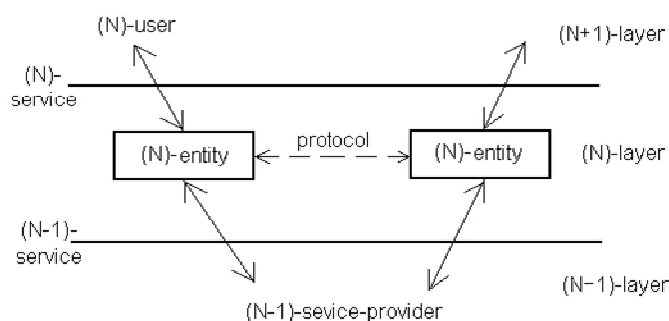
Поради важното методологично значение на ЕМ на ВОС ще дадем кратко описание на принципите, от които е изхождал Техническият Комитет 97 на ISO [31], който го е разработил, понеже те са заложили в Еталонния модел.

Взаимодействащи отворени системи - терминът "отворени" подчертава факта, че при спазване на разработваните стандарти системите ще са открити за взаимодействие с всички други системи, удовлетворяващи тези стандарти. Думата "взаимодействие" показва, че външното поведение на отворените системи трябва да се съгласува с архитектурата на модела (вътрешната организация на функционирането не е предмет на стандартизация), а понятието "еталонен" подчертава уникалността на тази архитектура в качеството ѝ на стандартна сред всички други разработени архитектури. В процеса на разработка на еталонния модел е бил определен "комплект" принципи, прилагането на които е позволило да се разграничат в модела седем нива.

Прилагането на указаните принципи довежда до появата на ЕМ ВОС, съдържащ следните нива [31]: физическо, канално, мрежово, транспортно, сеансово, представително и приложно.

Всяко ниво се състои от множество взаимодействащи един с друг обекти и предоставя набор от определени услуги (възможности) на следващото отгоре съседно ниво, използвайки при това услугите, осигурявани от съседното по-долно ниво. По този начин при "придвижването" нагоре по нивата се получава нарастване на функционалните възможности на системата до момента, когато те започнат да удовлетворяват изискванията на нейните потребители. Наборът на услуги, предоставяни от нивото, се нарича сървис. За да се възползва от някоя услуга, обектът от по-горното ниво (потребител на сървиса) трябва да предаде един или няколко сървисни примитива.

На фиг. I.1. е показана схема на функционирането на произволно  $n$ -то ниво. В процеса на функциониране това ниво използва сървиса на по-ниското  $(n-1)$ -ниво и предоставя сървис на по-горното  $(n+1)$ -ниво. Спецификацията на сървиса, предоставян от по-ниското (съседно) ниво, служи за начални данни при проектиране функциите на нивото. При това в спецификацията влизат само изпълняваните от обекта функции, а изборът на вътрешните механизми остава за реализация. Този подход дава възможност да се използва например техниката на "абстрактни типове данни", достатъчно добре отработена в програмирането [32] и проектирането на сложни системи [33].



Фиг. I.1 Произволно  $(N)$ -ниво на Еталонния модел.

За да могат действията на обектите (в процеса на предоставяне на сървиса от нивото) да бъдат съгласувани, тяхното поведение се регламентира строго от протокола. По време на изпълнение на протокола, обектите обменят информация, използвайки сървиса на по-ниското съседно ниво, с изключение на най-ниското ниво - използва физическа среда.

Еталонният модел е полезен, тъй като в него протоколните обекти са равноправни, и следователно те са паралелни процеси. Притежава йерархия и асинхронност на взаимодействията. Потребителските процеси - над седмото ниво, също трябва "да спазват правилата". Механизмите на установяване на съединение имат достатъчно обща валидност и при информационните взаимодействия от по-общ вид.

Накратко, използвайки готовия Еталонен модел, разглеждат протичащите в него процеси като взаимодействащи паралелно и асинхронно части от информационни процеси. Разбира се, когато задачата го изисква, това няма да ограничава общността.

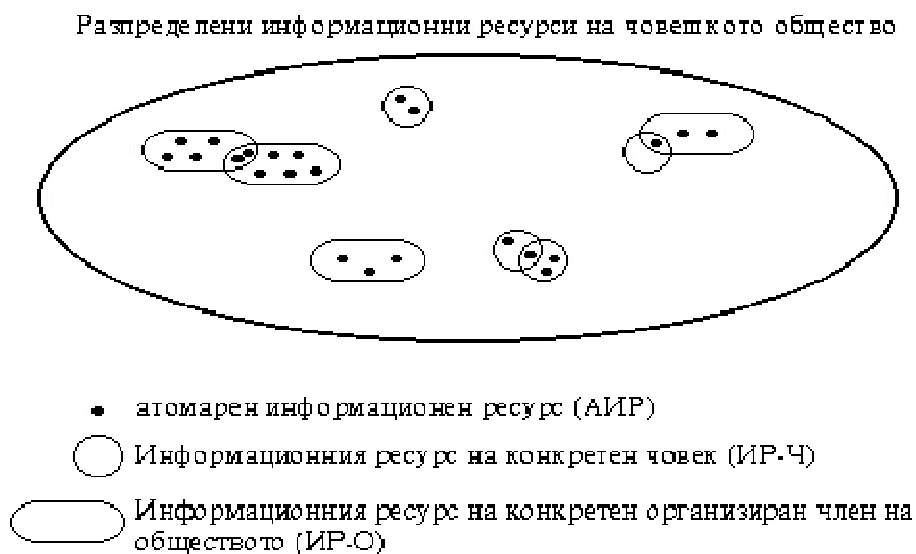
Ще дадем вербално определение на понятието информационен ресурс, което ще свържем с понятията за информационен процес и информационна система.

Разпределените информационни ресурси на цялото човешкото общество на Земята ще разглеждаме като обединение на информационните ресурси на отделните му членове. Отделни членове на това общество са както индивидите (конкретен човек), така и различните организирани форми (ОФ) от индивиди (доколкото без човешко участие на Земята не съществува достъпен за човека информационен ресурс). Информационния ресурс на отделен член (човек, фирма, футболен съюз, научна организация) се състои от атомарни информационни ресурси. Под атомарен информационен ресурс (АИР) ще разбираме кодирана на технически носител обем информация, който е неделим. Това приемане е за целите на това изследване - проблемът за точното дефиниране какво би могло да се разглежда като атомарен (неделим) информационен ресурс, и какви видове, е предмет на отделно изследване (най-вероятно ще зависи от гледната точка, целите и задачите). Важно е да се разглежда като квант информация, който се предава-приема (поглъща-излъчва по аналогия с физическите) неделимо. С определена степен на точност това винаги може се разглежда като вярно. Вероятно за различни цели ще се дефинират различни кванти, които могат да съществуват едновременно. (За какво е обработката на информация). Технически носител на АИР може да бъде хартия, магнитен носител, оптичен носител и др.

Информационния ресурс на конкретен човек (ИР-Ч) е сума от тези АИР, чиито технически носители той владее физически (той отговаря за тях). Информационния ресурс на конкретен организиран член на обществото (ИР-О) е сума от тези АИР, чиито технически носители той владее физически (организацията отговаря за тях)

Едно семейство също е член на обществото (тривиален случай на организирана форма - по-сложните са род, народ, и т.н. ). Но няма да се интересуваме от такива организирани форми - от индивиди - защото информационния им ресурс е проста сума или обединение от АИР на отделните им индивиди. Интересуваме се от такива форми, които се различават по принципа на конструиране - в смисъл, че една фирма притежава информационен ресурс, който не е сума или обединение на информационните ресурси на личния и състав - тоест тя притежава собствен информационен ресурс, за който тя носи отговорността. Затова е нужно освен хората да имаме предвид и организации на хората.

Следователно, разпределените информационни ресурси на човешкото общество (РИР) разглеждаме като комплект от атомарни информационни ресурси, както е показано на фиг.1.2. Отделните членове на обществото (от гледна точка на притежаване на АИР) притежават подмножества на РИР. (ИР-Ч) $i$  на даден човек ( $i$ ) може да има общи АИР с (ИР-Ч) $j$  на друг човек (с “номер”  $j$ ), а може и да няма. Същото важи за комбинациите (АИ-О) $m$  с (АИ-О) $n$ , и за комбинациите (ИР-Ч) $i$  с (АИ-О) $n$ .



Фиг.1.2 Връзки в РИР.

Приемаме, че друг член на обществото (индивид или организирана форма) няма достъп до технически носители с АИР, освен тези, които са си негови.

Има цел : да се увеличи информационния ресурс на даден член от обществото. Нужно е копие на определен АИР.

Следователно възниква задача: да се осъществи обмен на информация. Приемаме, че е възможно да бъде направено и предоставено копие на АИР.

Обменът на информация се осъществява по информационни канали.

Чрез информационните канали ще се извърши взаимодействие между информационни процеси (последните ще осъществят търсене-предаването-получаването на АИР).

Нуждаещият се в информационен обмен може да се обърне към информационна система по някакъв информационен канал. (Е, ако знае къде е нужния му АИР, може да се обърне пряко натам.). Информационната система е система, предназначена за търсене и обмен на АИР.

Това означава от двете страни да се стартира по минимум един информационен процес. Информационната система или има необходимия му АИР, или в противен случай може самата

тя да се обърне към друга информационна система. Ясно е, че нито една от сега съществуващите, а и тези в обозримото бъдеще информационни системи няма да може да съдържа в себе си РИР. Поради което целта е още при проектирането в информационната система да се заложат възможностите за обмен на информация с други системи. Това също ще се извършва чрез информационни процеси. (личният контакт не е предмет на това разглеждане - знаеш къде е интересувания те АИР, и отиваш да се помолиш за копие)

В общия случай казват, че информационният процес е процес, при които се извършва подготовка, съхранение, обработка и предаване на информация [2]. Приемаме, че информационният процес има за съставни части (съдържа в себе си, е обединение) от една до три информационни процедури: съхраняване-копиране на информация, предаване-приемане на информация, обработка на информация. Бихме могли да добавим и четвърта процедура - подготовка на информация. Но няма да разглеждаме такова определение, което ще наричаме разширено.

Заявителят не ни интересува дотолкова, доколкото поражда един информационен процес (разбира се, той може да се нуждае от много АИР, и да стартира много информационни процеси). Интересуват ни информационните системи. Те могат да бъдат със “съсредоточени” параметри (голяма централизирана информационна система). По интересна за нас е разпределената информационна система (РИНС). Това ще означава пространствено разделение на АИР, до която тя може да осигури достъп. Следователно и пространствено-”дълги” информационни канали, с присъщите си черти “закъснение” и “загуби” на информацията.

В информационните системи ще се извършват едновременно много информационни процеси. Тези, които за постигане на ефективна работа на системата ще трябва да взаимодействат помежду си, ще наричаме взаимодействащи информационни процеси.

Когато във взаимодействащите информационни процеси присъства информационната процедура “предаване-приемане”, това означава обръщане към телекомуникационна система. Когато имаме “обработка” - обръщане към изчислителна система. Следователно, РИНС в определени случаи могат да се проектират като надстройка над съществуващите телекомуникационни и изчислителни системи (мрежи), включвайки ги като съществена своя част.

Общият въпрос е - кои от съществуващите подходи за проектиране на сложни системи биха били ефективни за проектирането на РИНС. А конкретният - кои от съществуващите формалните методи и средства за синтез на структури на сложни обекти (телекомуникационни и изчислителни - тъй като там има натрупан достатъчен опит) са подходящи за синтез на взаимодействащи информационни процеси.

## 1.2 Синтез на модели на информационни взаимодействия

От векове в науката всеки отговор поражда много нови въпроси. Обект на изследванията на съвременната наука стават все по-сложни системи. Противоречията между усложняването на създаваните системи и традиционните подходи за проектирането им (“отгоре-надолу” - top-down, композиция от модули, “пряк синтез” [34]) определят към момента един от централните проблеми в теорията на системите - синтеза на ефективни структури на сложни системи.

Поради развитието на въпроса не съществува формално и строго определение на понятието сложна система, въпреки че са формулирани характерни свойства на такива системи [35, 36]. Под сложна информационна система (ИнС) в тази работа ще разбираме система, чийто закон на функциониране допуска декомпозицията на отделни съставящи. Под структура на сложна ИнС ще разбираме организацията на системата от отделни елементи, за които се указват:

- първо, способа за съединяването помежду им и с обкръжението (средата);
- второ, разпределението на функциите, изпълнявани от системата.

И двете са изпълнени за РИнС. Отличителни черти на такива системи се явяват паралелизъм, недетерминираност, наличие на взаимодействащи процеси, съчетание между синхронно и асинхронно управление и др.

Разпределените (мрежови) системи обикновено се проектират от известни компонентни множества, но алгоритмите на взаимодействие на процесите в тях се усложняват с неочаквана, бихме казали, скорост. Но винаги е за предпочитане да се строят системите на базата на еднородни компоненти - както физически, така и алгоритмични.

### 1. 2.1 Подходи и методи за синтез на структурата на сложни системи.

Към момента са известни различни подходи към анализа и синтеза на сруктурите на сложни системи. Към тях спадат методите на декомпозиция, координация и агрегация [37]. методите на агрегативно описание на сложни системи [35], структурния подход [38, 39], подхода на основата на теорията на сложността [40]. Но съвременните изисквания на науката и техниката, изразени като нужда от все по-съвършени средства за проектиране от една страна, а от друга - като необходимост да се отчитат ефекти, по-рано пренебрегвани, са довели до възникването и развитието на системния подход към проектирането на сложни системи.

Под системен подход, реализиран в системите за автоматизирано проектиране (САПР), се разбира интегрирано разглеждане и представяне в системата както на обектите, така и на операциите на проектиране на различните стадии от процеса на проектиране. Органично се



вписва в концепцията на системния подход структурния подход, като придобива още по-голяво значение на съвременния етап на проектиране на мрежови ИнС.

В рамките на описаните подходи за проектиране на структурата на изчислителни и информационни системи са предложени методи на проектиране, сред които отличават следните:

- декомпозиция и агрегиране,
- формален синтез,
- синтез на базата на евристични прийоми, синтез по обобщен модел [35, 41, 42, 43].

Като преимущество на методите на декомпозиция и агрегиране сочат упростяване на процедурата на изследване на сложната система чрез въвеждане на процеса на декомпозиция. Но проблемът за изобразяване на резултатите от изследването на отделните подсистеми върху общата система при този метод не се разглежда, което е недостатък, тъй като задачата за получаването на характеристиките на общата система на база резултатите от изследването на подсистемите е сложна и е необходимо по-нататъшно изучаване. Недостатък на формалния синтез при сложни изчислителни системи са достатъчно тежките условия за математическо описание на изследвания обект и законите за композиция на цялото от части. Методите на синтез на основата на евристични прийоми се прилагат основно за решение на изобретателски задачи. Такива методи не се формализират и затова сферата им на използване е ориентирана към интелектуалните САПР. Методите на синтез по обобщен модел се основават на комбиниране на различните елементи на обобщена структура за получаване на нови технически решения. Методите от тази група са перспективни, тъй като винаги могат да дадат търсеното решение - ако то съществува. Обаче в сила на NP-сложността на решаваните задачи практическото използване на такива методи е затруднено.

На основата на изложеното може да се направи заключение, че много важно и актуално е разработването на такъв подход за проектиране на структурата на системи с паралелизъм, който би позволил :

- обобщаване на резултатите, получени както с помощта на различни методи за изследване на отделните нива на описания модел, така и с помощта на единен формализъм;
- конструиране на прости методи за изобразяване на резултатите от изследване на отделните подсистеми върху общия модел на системата;
- съчетаване на простотата на получаване на алтернативни варианти с възможност за описание на многонивови модели на системи с паралелизъм с различна степен на детайлизация.

Един такъв подход за проектиране на сложни системи е подходът основан на тензорни методи. Първ систематически идеята за използване на тензорния подход е изложил американския инженер Г.Крон, който е използвал тензорните методи при анализа на електрически машини [44, 45]. По-нататък тези методи са развивани в работите множество други автори - например [46]. Въпросът за използване на тензорно изчисление при проектиране на паралелни структури от изчислителни системи е разгледан от В. Кулагин [47, 48].

Много учени отбелязват, че за проектирането на съвременните системи са нужни не нови математически теории, а правилно използване на вече известните [46, 38]. Важна роля в организицията на съществуващите методи за решаване на въпросите на проектиране на сложни системи принадлежи на тензорното смятане, което е подходящо за получаване на единен подход към изследването на сложни системи с различна природа [49].

Тензорното изчисление като математически апарат позволява да се осъществи преобразуване на една система координати в друга, преход между пространства. На практика това позволява да се извършва анализ на сложни ИнС в такава система координати, в която изследваната система ще има най-малка сложност. Тензорното изчисление дава възможност една и съща система да се представи в различни системи координати, представляващи множество от “проекции”. Връзката между различните “проекции” на системата се осъществява с помощта на тензори на преобразуването. На това свойство се основава метода за генерация на алтернативни варианти. В съответствие с този метод в качеството на входни данни се избира такава “проекция” на някаква сложна система, в която съществува минимален брой връзки (примитивна система). Последователно, в съответствие с някакво правило, създавайки в примитивната система връзки между елементи и умножавайки с тензора на преобразование, може да се получи цялото множество алтернативни структури в обща система координати.

Относителната простота на получаване на общи резултати при изследването на сложни системи се обяснява със свойствата на тензорите на преобразование. Ако съществува тензор на преобразование, свързващ две проекции на една и съща система в различни системи координати, то този тензор свързва и характеристики на системата, представени в същите тези системи координати [45].

Език за описание в оригиналния метод на Крон е езика на електротехниката. И след Крон при изследванията на сложни системи с тензорни методи еталонен език за описание остава същия език [46., 50], за което има обективни предпоставки. Теорията за пресмятането на електрическите вериги разглежда едновременно и уравненията на процеси, описвани от закона на Ом, и уравненията на структури, описвани от закона на Кирхоф. Затова постановката на задачата за пресмятане на някаква система, която може да бъде и неелектрическа, е удобно да се

формулира в термините на източници на ток и електро-движеща сила и да се сведе до пресмятане на напрежения и токове. Обаче езика на електротехниката има съществен недостатък който се изразява в неспособността му да описва недетерминирани и паралелни процеси. В тази връзка, за по-ефективно използване на тензорния подход за проектиране на сложни системи с паралелизъм (РИНС) са необходими средства за описание, способни да изобразяват паралелното развитие на процесите. Г.Крон вероятно е работил в тази насока, защото е обещал втори том на Диакоптика-та. За съжаление, няма публикуван такъв.

### 1. 2.2 Формални средства за описание на паралелни процеси.

Цел на формализираното описание на структурата на ИнС се явява представянето на наличните данни и паралелни процеси във вид на специални формални обекти, удобни за извършването над тях на изчислителни и имитационни експерименти на компютър. Затова избора на формален език в най-голяма степен отчита особеностите на системите с паралелизъм, е основна задача на началния етап на проектиране. Решаването на такива задачи е свързано с прилагането на специалните методи за построяване на синхронни и асинхронни модели в дискретни системи. От тези методи най-голяма известност са получили методите за алгоритмизация на системи за масово обслужване [35], автоматно и агрегативно моделиране [51], разширенията на известни езици за програмиране [52, 53, 54, 55], структурни нотации [56, 57], мрежов и алгебричен подходи [58], графови модели [38, 59, 60].

Подходът на Бусленко за формализация на анализа на сложна система[35], включващ структуризация на обекта, формализация на елементите на сложната система и взаимодействията между тези обекти, притежава съществен недостатък. Неговата формализация има “неформално” задаване на схемата на съгласуване (във вид на рисунки) и на операторите на съгласуване (във вид на таблици). Такъв подход не дава възможност да се формализира областта на еквивалентни структурни преобразувания на схемите на съгласуване. От тези недостатъци е лишена формализацията на елементите на сложна система и взаимодействията между тях с помощта на тъй наречените R-модули [61], които се използват не само при описание на детерминирани динамични системи, функциониращи във дискретно време, но и при описание на стохастични системи представяни със вероятностни автомати. Обаче подобни автоматни модели не покриват всички възникващи задачи.

Използването на паралелни езици за програмиране и структурни нотации за формализирано описание на структури на системи е ефективно само за анализа на една структура на система, тъй като тези описания са тежки и неприспособени за поддръжка на процедури за синтез на нови структури на ИнС.

Ефективно средство за анализ и синтез на паралелни структури и процеси се явява алгебричния подход [58], който се основава на формулно представяне на мрежови модели. Използването на алгебричния подход позволява с аналитични методи да се получат оптимални структури на изчислителни системи. Недостатък на дадения подход е ограничеността му - не всички мрежови структури могат да се опишат алгебрично.

В много изследвания се подчертава факта, че графовите модели са удобни и ефективни средства за описание и изследване на паралелни структури и процеси [38, 59, 60]. Съществуват няколко формализма, базирани на графови модели, и служещи за описание на паралелни процеси. От тях най-общи са схемите на паралелни програми на Карп-Милнер, А-програмите на Котов-Нариняни, биологическите графи, операторите на Хоар [60].

През 80-90-те години изброените модели бяха практически изместени от мрежите на Петри (МП) [62, 63] - формализъм, описващ структурата и взаимодействието на паралелни процеси. Приемането на мрежите на Петри е резултат от техните предимства, а именно:

- МП позволяват да се моделират асинхронност и недетерминизъм на паралелни независими процеси, паралелизъм от конвеерен тип, конфликтни взаимодействия между процеси;

- МП притежават възможностите на ред други модели, предложени за описание и изследване на паралелни изчислителни системи (семафори на Дейкстра, системи за векторно събиране, изчислителни мрежи, мрежови структури, модели на повторно използваемите ресурси и др);

- МП водят към класове от разширения, позволяващи моделиране на сложни системи с отчитане на фактори като: приоритетност на процесите, времеви параметри на събитията, съвместно изобразяване на структурата на управление и потоците данни.

- за разлика от другите формализми (такива като А-програмите, схемите на Карп-Милнер и др) МП позволяват произволна интерпретация на елементите на модела както в смисъл на изпълнявания фрагмент (изрази, оператори, подпрограми, апаратни преобразования на информация), така и по ниво на абстракция. Това позволява с помощта на МП да се осъществи йерархично изграждане на апаратни и програмни модули.

- Ефективно представяне на знания в експертни системи. Между МП и представянето на знания в експертни системи съществува дълбока връзка. В частност предикатно-преходните МП [64] се явяват продукционни системи основани на логика от първи ред. Освен това модулността на системите правила е съществен показател за производителността на експертните системи. От тази гледна точка МП имат преимущества, тъй като активизацията на правила, представени в термините на МП, се извършва асоциативно, а не в ред строго зададен

от процедура. Ще отбележим, че разширението на предикатните до Обобщени мрежи (ОМ) [65], разширява моделиращите способности на МП до обхващане на модели в областта на изкуствения интелект.

- за МП, които имат графово представяне като двуцветен ориентиран динамично маркиран мултиграф, са в сила всички положения от теорията на графите.

От казаното дотук могат да се направят следните изводи

- За повечето съвременни информационни системи са характерни такива свойства като паралелизъм, недетерминираност, йерархичност на представянето, съчетаване на синхронни и асинхронни процеси, еднородност и др. Ефективното функциониране на такива системи зависи от съгласуването на структурата на системата с указаните свойства.

- При решаването на проблема за синтез на ефективни информационни структури основен въпрос е избора на математичен фундамент на който да стъпи изучаването на такива разнородни компоненти като атомарни информационни ресурси, взаимодействия, структури на информационни системи и техните математически модели. В качеството на такъв математически фундамент се предлага използването на тензорното смятане.

- Анализът на методите на формализираното описание на съвременните структури на сложни системи и техните особености, паралелни процеси и алгоритми, позволява да се избере апарата на МП за формализиращо средство. Апаратът на МП в рамките на единен формализъм не само дава възможност за описание на разнообразни обекти като ресурси, взаимодействия и структури, но и предоставя развити методи за анализ на паралелни процеси. Притежавайки еднородност и аналитични зависимости, описващи функционирането на преходите, МП удовлетворяват необходимите условия за използване в тензорната методология.

- Реализацията на процеса на синтез вероятно ще изисква ефективни средства за автоматизирана (computer-aided) поддръжка на проектирането, моделирането и верификацията.

Наши предходни изследвания ни доведоха обаче до извода, че прилагане на тензорната методология на Г.Крон към върху апарата на мрежите на Петри (методологията на В.Кулагин) не води до очакваните резултати (нови модели с търсени свойства) поради недовършеност в математическия апарат - методологията на В.Кулагин. Присъстват проблеми с инвариантността, непълнотата на основното индексно уравнение, и като следствие нееднозначност на предлаганите операции за анализ и синтез.

За това избрахме за основен математически апарат Обобщените мрежи, които могат да се разглеждат като надграждане и разширение на мрежите на Петри, но имат повече възможности (моделираща мощност).

### 1.3 Обобщени мрежи(ОМ).

Обобщените мрежи са формален апарат, предназначен да представя в детайли връзките между структурата и времевите съответствия в паралелни процеси. Първоначално концепцията е представена в [66]. Те се използват при моделиране на процесите на широк кръг от системи, обекти и модели [67], експертни системи [68], машинно обучение [69].

Основните елементи на ОС са преходи - моделиращи действия и позиции - моделиращи състояния. Позициите съдържат ядра, които преминават през преходи според логически условия. Ядрата имат необходимите характеристики, които могат да се променят при преминаване през преходи. Необходимата теория и техника са описани в [70, 71]. Разбира се, всеки Обобщено-мрежов модел има графично представяне, но то носи само част от информацията за ОМ-модела (за разлика от мрежите на Петри).

Тук няма да даваме дефиниции и основните свойства на ОМ. Теорията на ОМ включва такива въпроси, като :

- редуцирани ОМ, \*-минимална ОМ.Теорема за представимост на ОМ чрез \*-минимална ОМ
- разширения на ОМ. Теорема за консервативност на разширенията на ОМ. Теорема за представимост на разширенията на ОМ чрез стандартна ОМ
- операции над ОМ, релации над ОМ, теорема за пълнота на преходите на ОМ
- оператори за сложност над ОМ, граф-оператори дефинирани над ОМ
- логически аспекти на теорията на ОМ
- глобални и локални оператори над ОМ, йерархични и динамични оператори над ОМ, саmomодифициращи се ОМ.

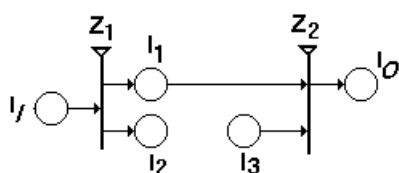
Искаме да обърнем внимание на следното. Докато при мрежите на Петри времето е непрекъснато – всяко сработване на преход е уникално, то при ОМ имаме дискретно системно време. Което дава възможност за ясно разграничаване на паралелни процеси (което е проблем при мрежите на Петри). Цената е не-интуитивно-просто функциониране във времето на ОМ-моделите. Алгоритмите за движение на ядрата в ОМ изискват усилие и внимание. Но трудът си заслужава.

Движението на ядрата е същностната част на динамиката в един ОМ-модел. Ще дадем описание на движението на ядрата съгласно [71].

Първоначално общият алгоритъм за функциониране на преход в стандартните Обобщени Мрежи (ОМ) не е отчитал дали някое ядро може да се слее с някое от ядрата

в изходната позиция. При въвеждането на различни разширения на ОМ се оказва, че сливането на ядра изисква „отчитане“ на „ниско“ ниво – при функционирането на ниво отделен преход. Това налага да се дефинират два алгоритъма А и Б за движение на ядрата в ОМ. Алгоритъмът А поема модификация за сливане на ядра, а вторият алгоритъм Б – специфициращ функционирането на ОМ, остава без изменение. Това може да бъде демонстрирано на примера на „прост“ модел на ж-п гара.

Описва се движението на пътничкопотока само в рамките на една гара (приоритетите всички равни).



Фигура 1.3 Графична форма на ОМ

Първият преход има вида:

$$Z_1 = \langle \{l_1\}, \{l_1, l_2\}, t_1^1, t_2^1, r_1, M_1, v(l_1) \rangle$$

където  $t_1^1$  е текущият момент време, в който преходът може да се активира,

$t_2^1$  е текущата продължителност на активното състояние на прехода.

Ядро алфа влиза в началната позиция  $l_1$  и има вида:

„брой на пътници, продължаващи пътуването си, брой новокачили се пътници, момент на пристигане на влака на гарата, продължителност и др.“

Индексираната матрица (ИМ)  $r_l$  има вида

$$r_l = \begin{matrix} & l_1 & l_2 \\ l_l & true & W_{l,2} \end{matrix}$$

където предикатът  $W_{l,2}$  означава „има слизащи пътници“. Ако  $W_{l,2} = true$ , ядрото

алфа ще се разцепи на ядра алфа и бета, като бета ще има вида: „брой пътници, които напускат влака“.

Ако гарата може да побере едновременно  $n$  ( $n \geq 1$ ) влака, ИМ на капацитета на дъгите :

$$M_l = \begin{matrix} & l_1 & l_2 \\ l_l & n & n \end{matrix}$$

И капацитетът на позициите е равен  $n$ :

$$c(l_f) = c(l_1) = c(l_2) = c(l_3) = c(l_o) = n$$

Преходът  $Z_2$  ще има вида:

$$Z_2 = \langle \{l_1, l_3\}, \{l_o\}, t_1^2, t_2^2, r_2, M_2, v(l_1, \wedge (l_1, l_3)) \rangle$$

като  $t_1^2 = t_1^1 + t_2^1$  е моментът на напускане на гарата. А стойността  $nat_2^2$  се определя от разписанието на влака и наличието на закъснение.

|            |        |            |               |
|------------|--------|------------|---------------|
|            | $lo$   |            | $lo$          |
| $r_2 = l1$ | $true$ | $M_2 = l1$ | $n, n \geq 1$ |
| $l3$       | $true$ | $l3$       | $n$           |

В общия случай ядрата, с които дадено ядро може да се слее, се посочват в началната характеристика на това ядро:

$x_o^a = \langle \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k\}, Y_S, x_o^{a,*} \rangle$

където  $S$  принадлежи на  $\{Y_S, N_S\}$

$Y_S$  означава възможността ядрото да се разцепва,

$N_S$  ядрото не може да се разцепва

$x_o^{a,*}$  е останалата информация, съдържаща се в началната характеристика на ядрото.

Сега можем да преминем към описание на алгоритъма А. 12 стъпки.

**A01** Входните и изходните позиции на прехода (всеки) се подреждат по приоритетите им.

**A02** Ядрата във входните позиции се подреждат по приоритетите си. Разделят се на две групи. В началото втората група е празна. А първата група съдържа ядрата, които могат да преминат в изходните позиции на прехода на текущата стъпка.

**A03** Създава се празна индексирана матрица (ИМ)  $R$ , която съответства на ИМ  $r$  (с предикатите на условията на прехода). Нулират се всички елементи  $R_{ij}$  (на  $R_j$ ), които

- намират се в ред, съответстващ на празна входна позиция
- намират се в стълб, съответстващ на запълнена изходна позиция
- намират се в позиция  $(i,j)$ , за която предикатът  $r_{ij}$  е зададен като false или  $m_{ij}=0$ .
- Дава се стойност 1 на всички останали елементи на  $R$ , които са в позиция с индекси  $(i, j)$ , за която  $r_{ij}$  е зададен като true.

**A04** Подредените по приоритет позиции се обхождат последователно, започвайки от тази с най-висок приоритет. Тя трябва да има поне едно ядро и от нея да не е преминало ядро в изходна позиция (по време на текущата времева стъпка).

Последователно се извършват :

1. Проверка на текущата стойност  $R_{ij}$  в  $R$  и при  $R_{ij}=1$ -GOTO3

При  $R_{ij}=0$  „в изходна позиция има ядро за сливане“ -GOTO4

ако „в изходна позиция няма ядро за сливане“ -GOTO5

ако  $R_{ij}$  няма зададена стойност -GOTO2 .

2. Оставено за бъдещо развитие



3. Проверка за вярна стойност на  $r_{i,j}=0$  : {true, GOTO 4; false, GOTO 5}
4. Ядрото отива в  $j$ -тата изходна позиция. Следват проверки за възможността за сливане, в зависимост от която ядрото получава следваща характеристика.
5. Ако ядрото не може да се разцепи - GOTOA05; ако ядрото може да се разцепи - GOTOA04 -1).

**A05** Ако ядрото не може да премине на текущата стъпка, то се премества във втората група ядра (начално празни).

**A06** Текущият брой на ядрата в позициите, в които е постъпило ядро без да се слива, се увеличава с 1.

**A07** Текущият брой на ядрата във входните позиции, от които ядрото е преминало към изходните, се намалява с 1.

Ако броят на ядрата във входна позиция стане нула, то елементите на съответния ред в IMR се нулират.

**A08** Капацитетът на всички дъги, по които е преминало ядро, се намалява с единица.

**A09** Ако има „необработени“ позиции с по-нисък приоритет (ядро не е преминало към изходна позиция) – GOTOA04.

Ако няма „необработени“ позиции - GOTOA10.

**A10** Текущото моделно време с увеличава с  $t^0$ .

**A11** Проверка дали текущото време е по-голямо или равно на  $t_1 + t_2$  : ДА - GOTO A10,  
НЕ - GOTO A04.

**A12** Край на работа на прехода.

Към момента можем да направим следните изводи:

Алгоритъмът А демонстрира големите възможности на моделирането с ОМ. Възможностите за приоритетите, капацитети, преразпределяне на информацията чрез разцепване и сливане на ядра позволяват прецизиране на ОМ-модела чрез последователно усложнение. Тактуването на системното време позволява моделиране – синтезиране на паралелни процеси. От друга страна, „пълното“ използване на предлаганите възможности е достижимо при наличието на компютърно реализирана поддръжка.

След като имаме алгоритъм за движението на ядрата в един преход на ОМ, можем да дадем описанието на функционирането на „цяла“ ОМ. Наричат го Алгоритъм Б. Той също има 12 стъпки. При него се използва понятието „абстрактен преход“. Това е обединение на всички преходи, които в даден момент от системното време са активни.

Б01 Инициализация - всички ядра, за които  $\Theta_k(\alpha) \leq T$  влизат в съответните входни позиции на ОМ.

Б02 Конструира се абстрактен преход за ОМ. В началният момент той е празен.

Б03 Проверява се дали текущото време  $t$  е по-малко или равно на  $T+t^*$ .

Б04 Ако  $t \leq T+t^*$  : ДА  $\rightarrow$  GOTO Б05 , НЕ  $\rightarrow$  GOTO Б12

Б05 Определят се преходите, за които стойността на  $t_1$  е по-голяма или равна на текущото време ( $t$ )

Б06 За всички тези преходи (от Б05) се заменят идентификатори на входните позиции, които участват в типа на прехода, със „0“, ако съответната позиция в момента е празна ; и с „1“, ако съответната позиция в момента не е празна.

След което се изчислява вярностната стойност на получения булев израз.

Б07 Добавят се към абстрактния преход всички преходи, за типовете на които (от Б06) е получена вярностна стойност 1.

Б08 Над получения абстрактен преход се прилага Алгоритъм А.

Б09 Премахват се от абстрактния преход всички преходи, които се деактивират в текущия момент.

Б10 Увеличаваме текущото време с  $t^0$ .

Б11 GOTO Б03

Б12 ОМ спира да функционира.

Като се вземе в предвид, че за предикатите в ОМ се изисква да не зависят от бъдещи събития (които могат да се появят в ОМ), то на базата на Алгоритъм А и Алгоритъм Б в теорията е доказана следната

**ТЕОРЕМА:** В ОМ, която съдържа всичките си компоненти, не възникват конфликтни ситуации.

Това решава въпроса с непротиворечивостта на ОМ формализма [71].

След като се възприеме предлагания формален апарат, практическият въпрос е : каква част от всички елементи на ОМ са нужни за конкретна (инженерна) задача. Нашият опит сочи, че това е въпрос с неформализуем отговор. В смисъл – за конкретната задача се използва такъв минимален набор от параметри, който е достатъчен за специфицирането на задачата с ОМ [72]. Това става ясно в процеса на построяване на съответния ОМ-модел. И за предпочитане е да се върви от просто към сложно.

Обзор и достатъчна библиография на публикации, използвали паарата на Обобщените мрежи за периода до 2007 г. е даден в [73], Разработка на компютърно

средство (GN IDE) за симулация на ОМ е описана в [74, 75]. Негово скорошно използване е представено в [76]. Група изследователи в Полша, използващи ОМ в своите изследвания, в рамките на Полската “National Conference on Systems and Operational Research”, редовно публикува свои трудове. Като организатори се сочат Eulalia Szmidt и Janusz Kacprzyk. Там активно участват и наши изследователи [76, 77, 78], а разглежданите въпроси са в широк диапазон: от синтез на горива в химически комбинат [76], през моделиране на желязопътна мрежа [77] до компютърна сигурност [78]. Отделя се внимание и на моделирането с ОМ на проблеми в медицината [79, 80, 81], на по-теоретични въпроси – в областта на Интуитивно размитите оценки [82].

Има изследвания с ОМ в областта на програмирането – например за езика C [83], с приложение в програмната среда .NET [84], за мултимедия [85]. Като нови работи с използването на ОМ в областта на медицината на български изследователи можем да посочим докладите в Бургас (България), изнесени на First International Symposium on Bioinformatics and Biomedicine в рамките на BioInfoMed 2020 [86, 87, 88, 89, 90, 91].

Различните евристични методи също са обект на моделиране с ОМ – за най-ново бихме посочили Coyote Optimization Algorithm [92], Ant Lion Optimizer [93]. Има моделиране с ОМ на общ иск пред Апелативния Съд [94], на промишлен робот [95].

Нов обзор на изследванията, използващи Обобщени мрежи, обхващащи 272 заглавия, излезе през 2021 г. [96]. Там има цитирана и моя работа. ОМ се използват в най-различни области. Самият автор на ОМ К.Атанасов продължава активно да ги използва – ще посочим 3 публикации в MATHEMATICS (MDPI, Basel, Switzerland [97, 98, 99].

Да опишем ние за какви цели и задачи ще използваме апарата на ОМ.

#### 1.4 Задачата за безконфликтно разписание на пакетен комутатор с матричен превключвател.

Научно-техническият прогрес позволява увеличаване броя на абонатите включващи се към световната Интернет мрежа и предоставянето на нови услуги. Тази тенденция, декларирана преди 20 години, продължава да води към [100]:

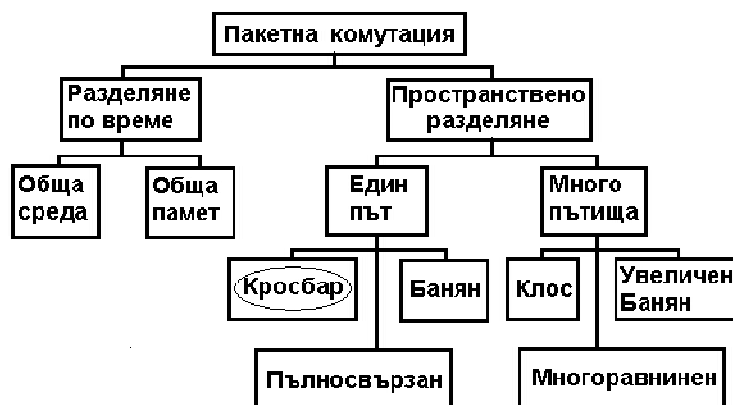
- бързото нарастване на Интернет трафика;
- по-високи изисквания за качество на обслужването;
- голям брой на поддържаните възли в мрежата;
- високоскоростна обработка на пакетите;

- големи размери на паметите.

Това изисква нови характеристики и нови гигабитни/терабитни маршрутизатори и комутатори. При висока скорост комутационните възли имат сложно управление за диференцирани и интегрирани услуги, различни интерфейси, протоколи, формати на пакетите и др. Мрежите трябва да имат високоскоростно преносно, комутационно и управляващо оборудване за голям капацитет, който да осигури: висока надеждност; голяма сигурност; динамично управление.

Развитието на комутационните възли премина от комутация на канали към комутация на пакети, а след това от комутация на пакети с различна дължина към комутация на пакети с фиксирана дължина (сегменти, сегментиране).

Съответно, архитектурата на пакетна комутация се придвижва от разделяне по време към пространствено разделяне [101].



Фигура I.4. Класификация на архитектурите за пакетна комутация

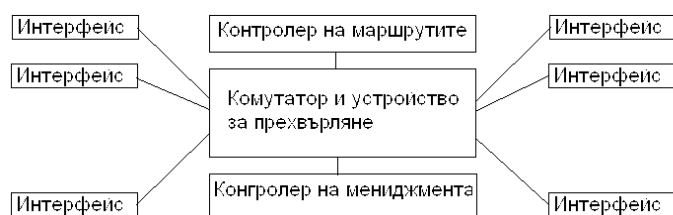
Функциите на маршрутизатора/комутатора се разделят на две групи:

- обработка на информация: решение за комутиране и разписание на изходите (безконфликтно разписание);
- управление: конфигуриране, мениджмънт и промяна на маршрутните таблици.

Съответно, един маршрутизатор съдържа следните блокове:

- интерфейси; устройство за прехвърляне на информация (forwarding engines, schedule logic); комутатор (switch fabric/commutation field); контролер на маршрутите (route controller); контролер на мениджмънта (management controller).

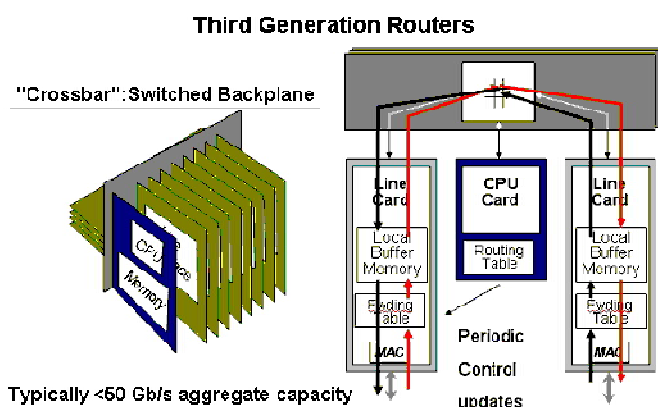
Архитектурата може да бъде централизирана или разпределена. Централизираната има класически вид [102].



Фигура I.5. Блок-схема на централизирана архитектура

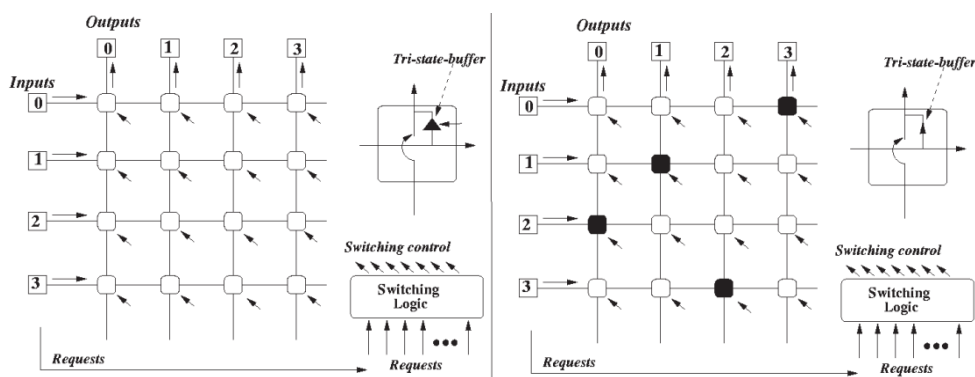
При разпределената архитектура устройството за прехвърляне се “интегрира” с интерфейсите.

Най-използвана архитектура с пространствено разделяне е crossbar – комутатор с матричен превключвател. Тази архитектурата се характеризира с висока модулност, ефективно управление, едновременно комутиране на N пакета, „малки“ изисквания към хардуера. Комутационното поле се управлява чрез комутационен елемент на „пресечните точки“ на всеки вход и изход (матричен превключвател).



Фигура I.6. Блок-схема на пакетен комутатор с матричен превключвател [100]

За предаване на максимален брой заявки се използва паралелизма в комутационното поле. Това се решава чрез „построяване“ на така нареченото безконфликтно разписание (БР). На схемата е показано БР за конкретен „такт“: пакети от вход № към изход № : 0/3, 1/1, 2/0, 3/2.



Фигура I.7. Блок-схема на матричния превключвател [103]

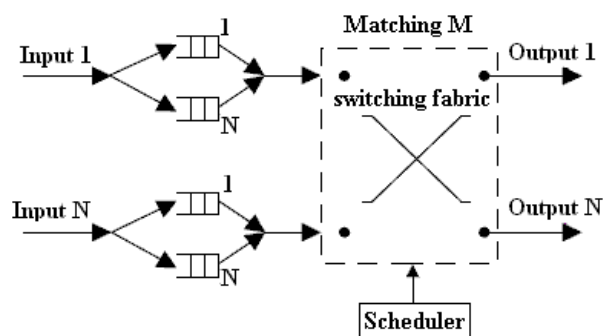
Кросбар може да бъде с входящо; изходящо; входящо-изходящо или вътрешно буфериране [102]. При входящо буфериране с FIFO-дисциплина имаме HOL (Head-of-Line – „първи на линията“) блокировка, водеща до  $2-\sqrt{2} \sim 58.6\%$  ПС (пропускателна способност). Скоростта в комутационното поле е еднаква с тази на входящите и изходящи линии. Практически се използва за сравнение при новите разработки.

За увеличаване на пропускателната способност е предлагано комбинираното входящо и изходящо буфериране. При него ефектът „първи на линията“ се ограничава, но се изисква увеличаване на вътрешната скорост. Кое се смята за неприемливо. Но изследванията на алгоритми с увеличение на вътрешната скорост продължават – например [104].

Комутаторите с вътрешно буфериране са предложени също за увеличаване на ПС. Смята се, че поради големия размер на необходимите памети не са намерили голямо приложение [105]. Като тяхна алтернатива се смятат (пространствените) комутатори с входящо и вътрешно буфериране [106]. При циклично обхождане на вътрешен буфер от няколко клетки (пакетът се дели на клетки с еднакъв размер) при тях се достига 100 % ПС. Цената е усложнена структура и необходимостта от постоянен допълнителен обмен на вътрешна информация за състоянието на буферите. Смята се за перспективно направление заради възможността да обслужва пакети с различна дължина без да е нужно да ги сегментира.

Голямо внимание постоянно е привлечено към възможностите на „виртуално изходящо буфериране“ (VOQ - virtual output queue). На всеки вход се съпоставят буфери за всеки изход [107]. Виртуалните буфери използват FIFO (First-in-First-out – първи влязъл – първи излязъл) дисциплина на обслужване. При комутатор с  $N$  входа и  $N$  изхода виртуалните буфери на входа са на брой  $(N \times N)$ . При VOQ се премахва напълно HOL-блокировката. Необходимо е обаче управление, което да определи коя заявка от виртуалните буфери да бъде обслужена. Условието е, че към един изход за един „такт“ (време) може да се предаде само една клетка (заявка). За управлението на това предаване през комутационното поле се изчислява тъй-нареченото безконфликтно разписание (БР). За целта са предложени много алгоритми (за изчисляване на БР), и изследванията в продължават.

Входящият поток от заявки (за предаване) се представя от матрица на входния трафик  $R(n,n) : r_{ij}$  (принадлежи на)  $\in \{0,1\}$  (в класическия случай). Имам БР когато някакъв алгоритъм изчисли поредица от матрици  $Q_1, Q_2, \dots, Q_k$  даващи в сума  $R$ .



Фигура I.7 Логическа структура на кросбар-коммутатор с буфери VOQ [107]

Матриците  $Q_m$  са безконфликтни - на всеки ред и всеки стълб има само по един елемент  $q_{ij}=1$ . Конфликт се създава, когато на някой ред от трафичната матрица броят единици е по-голям от едно. Това съответства на случай, в който един предавател (вход) обявява заявки към повече от един приемник (изход). Съществуването на повече от една (1) заявки в някоя стълб на матрицата  $R$  също показва наличие на конфликт и означава, че повече от един предавател е обявил заявка към един и същ приемник. Избягването на конфликти е директно свързано със загубата на пакети в комутационното поле на комуникационния възел.

Алгоритъм за БР определя такива основни параметри на комутатора като пропускателна способност (ПС), средно време на изчакване на пакетите (delay), отклоненията от средното време (jitter). Всъщност всяка матрица  $Q$  е пермутация на единичната матрицата  $E$  : във всяка безконфликтна матрица трябва всички останали елементи по реда  $i$  (на  $Q$ ) и по колона  $j$  (на  $Q$ ) да са със стойност 0 (без изборения).

Ако комутаторът е с “централизиран” алгоритъм, безконфликтното разписание за комутация на входящите пакети се изчислява от CPU-то. Съществуват и “разпределени” алгоритми, чийто родоначалник е PIM-алгоритъма (Parallel Iterative Matching) на фирмата DEC [108]. Развитието им преминава през RR-схемите (Round-Robin), а признанието си получават с iSLIP- алгоритъма [109, 110]. Последният е достатъчно ефективен за размерност на матричния превключвател 32x32 линии. Но прогресът в използването на оптични влакна, а също и увеличаващия се брой на персоналните компютри изискват по-големи размерности. Една част от изследователите работят над модификации на iSLIP, опирайки се на входящо буфериране с Виртуални изходящи опашки (VOQ – Virtual Output Queuing), получавайки ефективна работа при размерност 64x64 и повече. За добър пример може да се посочи алгоритъмът GMM [111]. Друг подход с паралелизъм в управлението е използван в [112]. Използването на две комутационни полета с матричен

превключвател е друга възможност, известна като Load Balanced [113]. Всички те са от тъй-наречения клас „реброви (size)” алгоритми. Представител на класа „тегловни (weight)” алгоритми, които използват натрупана информация от матрицата на входящите заявки чрез въвеждане на различни „тегловни” коефициенти, се явява LPF-алгоритъма [114]

При създаването на разписание за мултиплексиран по време комутатор се цели не само предаването на максимално количество пакети за единица време през него, но и минимизиране времето за изчакване на пакетите, а също и минимизиране на вероятността за блокировка на пакети. Постигането едновременно на тези три цели (математически задачата е известна като b-partite graph) води към проблеми с неполиномиална сложност на решението (NP-complete) [115] и наличните алгоритми могат частично да решават тази задача (времето се лимитира от скоростта на входящите/изходящи линии). Затова се появяват нови предложения, свързани с новите технологични възможности – например [116]. Последният общ обзор на проблемагиката присъства в [117]. Като най-нови изследвания можем да посочим [118, 119, 120, 121, 122].

Като формални средства при описанието и изследването на характеристиките на алгоритмите са използвани теория на масовото обслужване [100], клетъчни автомати [123], невронни мрежи [124], генетични алгоритми [125], матрици-маски [126], и др. Ние в изследванията си използваме апарата на Обобщените мрежи [70].

Ефективността на работата на превключвателите на първо място се оценява по реализираната пропускателна способност (throughput) – аналог на Коефициента на полезно действие (КПД). Като входящия пакетен трафик задължително се разделя на два вида – равномерен (uniform load traffic) и неравномерен (non-uniform) [100]. Тези видове допълнително се разделят на балансиран, асиметричен (asimetric), небалансиран (non-balansed), бързо-нарастващ (bursty), и други под-видове трафик (hot-spot, Pareto) [101, 117]. При това разнообразие възниква въпросът за адекватното сравнение на резултатите, тъй като в публикациите често не се уточняват конкретните параметри на използваните в компютрните симулации модели на трафика.

Разбира се, трябва да отбележим, че оптичните комутатори и техните алгоритми са отделна, също посгоанно развиваща се област [127, 128]. Като целенасочена конференция, IEEE International Conference on High Performance Switching and Routing [129], всяка година привлича вниманието в интересуващата ни област и е събирателна точка за изследователите от целия свят..



## 1.5 Изводи

В резултат на направения аналитичен обзор могат да бъдат изведени следните заключения:

Информационните взаимодействия са неразделна част от съществуването на човешкото общество. Информационните технологии за тяхната реализация и своя напредък се нуждаят от развити формални средства за спецификация, анализ и синтез на сложни системи с паралелни процеси. Обобщените мрежи са мощен съвременен формален апарат, подходящ за тази цел. Алгоритмите за безконфликтно разписание в пакетни комутатори с матричен превключвател са сфера на изследване, конкретна, перспективна и нужна за прогреса.

По-конкретно, проверката на ефективността на нови алгоритми за безконфликтно разписание винаги започва с моделиране на пропускателната способност на комутационния възел с равномерно натоварване на трафика. Следващата стъпка е проверка на ефективността за неравномерен трафик. Необходимо е да се предложи семейство модели за симулация на трафик с различно натоварване, независимо от хардуерна и софтуерна реализация, и да се използва това семейство като точка за еднозначно сравнение на РС на различни алгоритми. За коректно сравнение с резултатите, получени с други алгоритми, необходимо е да се синтезира модел на добре познатия РМ-алгоритъм (за който е доказана границата на РС) със средства на ОМ. След като се синтезират ОМ-модели и на други алгоритми, натрупаният опит следва да се използва за разработването на нов алгоритъм за безконфликтно разписание. Предложените модели за изследване на трафик с различно натоварване следва да бъдат използвани в компютърни симулации на производителността на познатите и новия алгоритъм, за изясняване на неговите силни и слаби страни..

## 1.6 Цел и задачи на дисертационния труд

От направения анализ на състоянието на изследването е формулирана целта на дисертационния труд:

Да се натрупа методологичен опит в използването на апарата на Обобщените мрежи при моделирането на алгоритми за безконфликтно разписание за пакетен комутатор с матричен превключвател с входящо буфериране от типа „виртуални изходни опашки” и да се предложи нов алгоритъм и негов формален ОМ-модел за безконфликтно разписание в пакетен комутатор с матричен превключвател. Да се

апробира методика за широко-машабни компютърни симулации на пропускателната му способност, осигуряваща еднозначно сравнение на различни алгоритми.

За тази цел се дефинират следните задачи:

1. Да се специфицират модели с използване на апарата на Обобщените мрежи (ОМ) на класически алгоритми за безконфликтно разписание в пакетен комутатор с матричен превключвател, чрез което да се получи методологически опит от прилагането на апарата на ОМ за работещи алгоритми.
2. Да се синтезира нов алгоритъм за безконфликтно разписание в пакетен комутатор с матричен превключвател и се получи спецификацията му във вид на ОМ.модел
3. Да се предложат шаблони за входящ трафик, реализиращи еднозначно различни натоварвания, за компютърни симулации на пропускателната способност (ПС) на алгоритми за безконфликтно разписание
4. Да се разработи процедура за изчисляване на точна горна граница на пропускателната способност (ПС) на алгоритми за безконфликтно разписание в пакетен комутатор с матричен превключвател, за еднозначно адекватно сравняване на ПС на алгоритмите за безконфликтно разписание.

## Глава 2. Обобщено-мрежови модели на алгоритми с входящо буфериране и Виртуални изходни опашки (VOQ)

Проблемът за управление на комутационното поле на пакетните комутатори с матричен превключвател се отнася към основните задачи на проектирането им [100]. Комуникационният възел с матричен превключвател (коммутатор – Crossbar Switch Node) решава задачата за предаване на пакетите данни с помощта на паралелните пътища в своето комутационно поле (switching fabric) [102]. В идеалния случай възелът предава информация между свързаните с него възли с максимална скорост и минимални закъснения, без да „губи“ пакети [101]. Тази задача се решава чрез изчисляване на безконфликтно разписание за комутация. Това е основната задача на Блока за управление (Scheduler) на комутатора (фигура I.7).

От математична гледна точка тази задача е с неполиномиална сложност (NP-hard) [115]. Съществуващите решения – и класическите алгоритми PIM [108], iSLIP [110], и по-новите предложени (RR/LQF [102]) – се явяват компромис между указаните по-горе изисквания. Техническият прогрес води до постоянно увеличаване на обемите предавана информации и предизвиква търсенето на нови алгоритми за БР.

Авторът на настоящия дисертационен труд е предложил алгоритъм - МиМа (Minimum of Maxima) - за безконфликтно разписание. Но за „добър“ отговор на въпроса - с какво МиМа се отличава от другите решения на задачата - трябва сравнение с резултати от моделирането на други алгоритми. На първо място е добре всички те да са специфицирани с едно формално средство. Тъй като няма техни ОМ-модели, ще трябва да се създадат. Едновременно ще получим методологичен опит, за да специфицираме с ОМ нашия алгоритъм.

### 2.1. ОМ-модел на "реброви" алгоритъм "Вълнов Фронт"

Ще започнем с един от пърните алгоритъма за БР - „Вълнов Фронт” (Wave Front) [100]. Детерминиран - принципът му е интуитивно-прост – обхождане на трафичната матрица отляво-надясно и отгоре-надолу. Той е централизиран, с последователно изчисление на разписанието..

Неформалното описание на алгоритъм „Вълнов Фронт” е следното: копираме матрицата на входящите заявки  $T$  в междинна матрица  $M$ . Матрицата  $M$  се проверява ред по ред за наличието на поне една единица (1). При първата намерена единица (1)

записваме в съответната клетка на матрицата  $T$  нула (0), а в матрицата  $M$  под тази клетка – в същата стълб – също нули (0). Стойността на тази клетка (1) се записва в същата клетка на нова матрица  $R$ , която наричаме матрица на разрешените безконфликтни комутации.

След това преминаваме на следващия ред от матрицата  $M$  и така, докато обходим всички редове. След проверката на последния ред на матрицата  $M$  се образува матрицата  $R$ , която не съдържа конфликти и на нея се прехвърля контролът върху предаването. Матрицата  $T$  вече не съдържа изпратените за предаване заявки..

Процесът е итеративен. След формирането на първата матрица  $R$  копираме вече променената матрица  $T$  в междинната матрица  $M$  и повтаряме процедурата. Алгоритъмът приключва дейността си, когато в матрица  $T$  не остане нито една единица, т.е. всички заявки са изпълнени.

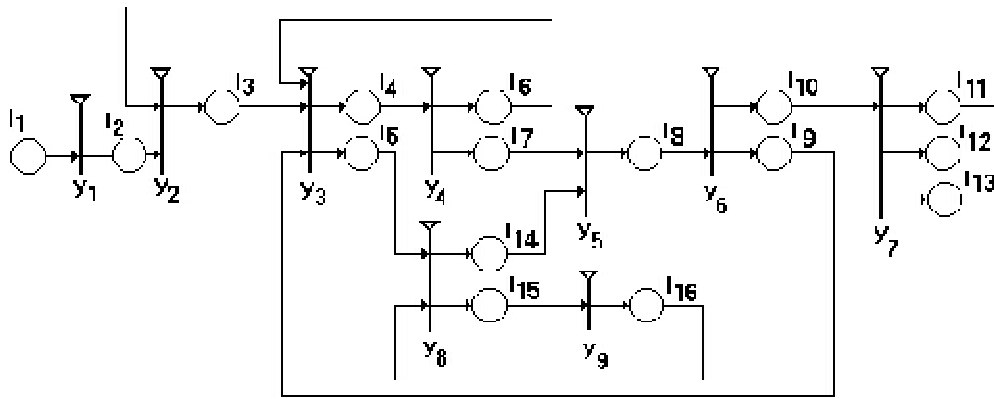
#### 2.1.1 ОМ-модел на алгоритъма „Вълнов Фронт“

Предложеното решение във вид на ОМ е показано на фиг.П.2.

Ядрата в ОМ-модела представят матрицата и променливите. Ядрото има десет параметъра: <размер>, <входящи заявки>, <трафична матрица>, <итерация>, <междинна матрица>, <безконфликтна матрица>, <номер на реда>, <номер на стълба>, <номер на междинната клетка>, <брой безконфликтни заявки>.

Параметърът <размер> има размера  $n \in N$  ( $n \times n$ ) на матриците  $T$ ,  $M$  и  $R$ . Параметърът <входящи заявки> показва  $n$  входящи вектора от заявки  $In_i(j)$ ,  $i \in [1, n]$ ,  $j \in [1, n]$ . Параметърът <трафична матрица> показва трафичната матрица  $T$ . Параметърът <итерация> показва броя итерации. Параметърът <междинна матрица> показва междинната матрица  $M$ . Параметърът <безконфликтна матрица> показва поредната матрица  $R^k$ :  $R^1, R^2, \dots, R^k$ ,  $k \in [1, n]$ . Параметърът <номер на реда> показва номера на реда на матрицата:  $i \in [1, n]$ . Параметърът <номер на стълба> показва номера на стълба на матрицата:  $j \in [1, n]$ . Параметърът <номер на междинната клетка> показва броя междинни клетки под  $t_{ij}=1$ . Параметърът <брой на безконфликтните заявки> показва броя елементи  $t_{ij}=1$  в текущата итерация.

Ядрото  $\alpha$  влиза в позиция  $l_1$  с начални характеристики „<размер>= $n$ , <входящи заявки>= $In_i(j)$ , <итерация>= $1$  ( $k=1$ )“.



Фигура II. 2. OM-модел на алгоритъма „Вълнов Фронт“

Конкретните позиции в модела имат следния смисъл:

- |                                                   |                                             |                                      |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------------|--------------------------------------|
| $l_1$ – старт;                                    | $l_2$ – формирана $T$ ;                     | $l_3$ – инициализирани са параметри; |
| $l_4$ – няма заявка ( $M_{ij}=0$ );               | $l_5$ – заявка за предаване ( $M_{ij}=1$ ); |                                      |
| $l_6$ – редът не е обработен;                     | $l_7$ – редът е обработен ( $j>n$ );        |                                      |
| $l_8$ – преминаване на нов ред;                   | $l_9$ – $M$ не е претърсена до края редове; |                                      |
| $l_{10}$ – $M$ е претърсена до края;              | $l_{11}$ – необходима е следваща итерация;  |                                      |
| $l_{12}$ – поредната матрица $R_k$ е готова;      | $l_{13}$ – край;                            |                                      |
| $l_{14}$ – под-стълба на $M$ е нулиран ( $l>n$ ); | $l_{15}$ – стълба не е обработен;           |                                      |
| $l_{16}$ – преминаване към нова клетка.           |                                             |                                      |

Формалното описание е:

$$y_1 = \langle \{l_1\}, \{l_2\}, r_1, v(l_1) \rangle, \text{ където } r_1 = \begin{array}{c|c} l_2 \\ \hline l_1 & true \end{array}$$

Характеристичната функция е:  $\square_1 = \langle \text{трафична матрица} \rangle := \text{обединение на } < \text{входящи заявки} > (T := \text{In}_i(j), i \in [1, n], j \in [1, n])$ .

$$Y_2 = \langle \{l_2, l_{11}\}, \{l_3\}, r_2, v(l_2, l_{11}) \rangle, \text{ където } r_2 = \begin{array}{c|c} l_3 \\ \hline l_2 & true \\ l_{11} & true \end{array}$$

Характеристичните функции са:  $\square_3 = \langle \text{междинна матрица} \rangle := \langle \text{трафична матрица} \rangle (M := T)$ ,  $\langle \text{безконфликтна матрица} \rangle = 0 (R^k := 0)$ ,  $\langle \text{брой редове} \rangle = 1 (i := 1)$ ,  $\langle \text{брой колони} \rangle = 1 (j := 1)$ ,  $\langle \text{брой безконфликтни заявки} \rangle = 0 (r = 0)$

$$y_3 = \langle \{ l_3, l_6, l_9 \}, \{ l_4, l_5 \}, r_3, v(l_3, l_6, l_9) \rangle, \text{ където } r_3 = \begin{array}{c|cc} & l_4 & l_5 \\ \hline l_3 & \neg W & W_1 \\ l_6 & \neg W_1 & W_1 \\ l_9 & \neg W_1 & W_1 \end{array}$$

Предикатът  $W_1$  има следната форма:  $W_1 = „M_{ij}=1“$ ;

Характеристичните функции са:  $\square_4 = „\langle \text{номер на стълб} \rangle := \langle \text{номера на стълб} \rangle + 1 \text{ (} j := j+1 \text{)}“$ ;  $\square_5 = „\langle T_{ij} \rangle := 0, \langle R^k_{ij} \rangle := 1, \langle \text{номер на междинната клетка} \rangle := \langle \text{номер на реда} \rangle + 1 \text{ (} l := i+1 \text{)}, \langle \text{номер на безконфликтната заявка} \rangle := \langle \text{номер на безконфликтната заявка} \rangle + 1 \text{ (} r := r+1 \text{)}“$ .

$$y_4 = \langle \{ l_4 \}, \{ l_6, l_7 \}, r_4, v(l_4) \rangle, \text{ където } r_4 = \begin{array}{c|cc} & l_6 & l_7 \\ \hline l_4 & \neg W_2 & W_2 \end{array}$$

Предикатът  $W_2$  има следната форма:  $W_2 = „j > n“$ .

Характеристичните функции са празни „\*“.

$$y_5 = \langle \{ l_7, l_{14} \}, \{ l_8 \}, r_5, v(l_7, l_{14}) \rangle, \text{ където } r_5 = \begin{array}{c|cc} & l_3 & \\ \hline l_7 & true & \\ l_{14} & true & \end{array}$$

Характеристичните функции са:  $\Phi_{88} = „\langle \text{номер на ред} \rangle := \langle \text{номер на ред} \rangle + 1 \text{ (} i := i+1 \text{)}“$ .

$$y_6 = \langle \{ l_8 \}, \{ l_9, l_{10} \}, r_6, v(l_8) \rangle, \text{ където } r_6 = \begin{array}{c|cc} & l_9 & l_{10} \\ \hline l_8 & \neg W_3 & W_3 \end{array}$$

Предикатът  $W_3$  има следната форма:  $W_3 = „i > n“$ .

Характеристичните функции са:  $\Phi_{99} = „\langle \text{номер на стълб} \rangle = 1 \text{ (} j := 1 \text{)}“$ ,  $\Phi_{100} = „*“$  (празна).

$$y_7 = \langle \{ l_{10} \}, \{ l_{11}, l_{12}, l_{13} \}, r_7, v(l_{10}) \rangle, \text{ където } r_7 = \begin{array}{c|ccc} & l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ \hline l_{10} & \neg W_4 & true & W_4 \end{array}$$

Предикатът  $W_4$  има следната форма:  $W_4 = „r=0“$ .

Характеристичните функции са:  $\Phi_{11} = „\langle \text{итерация} \rangle := \langle \text{итерация} \rangle + 1 \text{ (} k := k+1 \text{)}“$ ,  $\square$   $\Phi_{12} = „\langle R^k \rangle \text{ на комутатора}“$ ,  $\Phi_{13} = „*“$  (празна).

$$Y_8 = \langle \{ l_5, l_{16} \}, \{ l_{14}, l_{15} \}, r_8, v(l_5, l_{16}) \rangle, \text{ където } r_5 = \begin{array}{c|cc} & l_{14} & l_{15} \\ \hline l_5 & W_5 & \neg W_5 \\ l_{16} & W_5 & \neg W_5 \end{array}$$

Предикатът  $W_5$  има следната форма:  $W_5 = „l > n“$ .

Характеристичните функции са:  $\Phi_{14} = „*“$  (празна),  $\Phi_{15} = „\langle M_{ij} \rangle := 0“$ .

$$y_9 = \langle \{ l_{15} \}, \{ l_{16} \}, r_9, v(l_{15}) \rangle, \text{ където } r_1 = \begin{array}{c|c} & l_{16} \\ \hline l_{15} & true \end{array}$$

Характеристичните функции са:  $\Phi_{16} = „\langle \text{номер на текущата клетка} \rangle := \langle \text{номер на текущата клетка} \rangle + 1 \text{ } (l := l + 1)“$ .

### 2.1.2 Формални свойства на модела

Капацитетът на всички дъги е равен на единица. Капацитетът на всички позиции също е равен на единица, с изключение на позиция  $l_{11}$ , която има капацитет  $n$ . Приоритетите на позициите са еквивалентни, приоритетите на трансформациите също са еквивалентни – т.е. не са необходими приоритети. ОМ не притежава локални и глобални времеви компоненти.

Анализът потвърждава получаването на безконфликтно разписание. Но от избора (детерминиран) начин на обхождане на матрица  $M$ , се появяват приоритети в изпълнението на заявките. Заявките, съответстващи на елемент  $t_{1,1}$  ще бъдат обслужвани първи, а  $t_{nn}$  – последни.

*Следствие:* приоритетите при обслужването могат да се променят при транспонирането на редовете и колоните на матрицата  $T$ . Това е направление за модификации на алгоритъма.

Показаният алгоритъм е с последователно изпълнение – по едно и също време сработва само един преход. Но от общи съображения задачата позволява паралелизъм. При разделянето на матрица  $T$  на 4 подматрици (2x2) две изчислителни устройства могат да изпълняват паралелно гореописания алгоритъм. При 9 подматрици (3x3) – 3 паралелни устройства и т.н. Но това е на „повърхността“. Въпрос за изследване е дали такова разпаралелване на задачата няма да доведе до „деградиране“ на ПС.

## 2.2 Две модификации на ОМ-модела на алгоритъма "Вълнов Фронт".

Детерминираността на дисциплината на обхождане води до неявни приоритети в обслужване на входовете и избора на изходите. Как да се избегне това за изходите, по възможност по лесен начин. Предложената модификация решава това по следния начин : първият ред на  $T$  обхождаме „отлаво-надясно”, а следващия – „отдясно-наляво”.

Процесът е итеративен. След първата образуванa матрица  $R$  копираме вече променената матрица  $T$  в междинната матрица  $M$  и повтаряме процедурата. По този начин проверяваме клетки от  $j=1$  до  $j=n$ . След това преминаваме към следващия ред и проверяваме клетките от  $j=n$  до  $j=1$  и т.н., докато не обходим всички редове. Така се създава матрицата  $R$ . Алгоритъмът приключва действието си, когато в матрица  $T$  не е останала нито една (1), тоест всички заявки са изпълнени.

За втората модификация предложението е следното: първото безконфликтно решение получаваме чрез обхождане по стандартния начин, а следващото получаваме чрез обхождане на всички редове на  $T$  „отдясно-наляво”. И повтаряме, до получаване на цялото решение за комутация.

### 2.2.1 ОМ-модел на първата модификация на алгоритъма „Вълнов Фрон” (left-right)

Предложеното решение чрез ОМ е показано на фиг.П. 2.

Ядрата в ОМ-модела показват матрицата и променливите. Ядрото има девет параметъра: <размер>, <трафична матрица>, <итерация>, <междинна матрица>, <безконфликтна матрица>, <номер на ред>, <номер на стълб>, <номер на междинната клетка>, <брой безконфликтни заявки>.

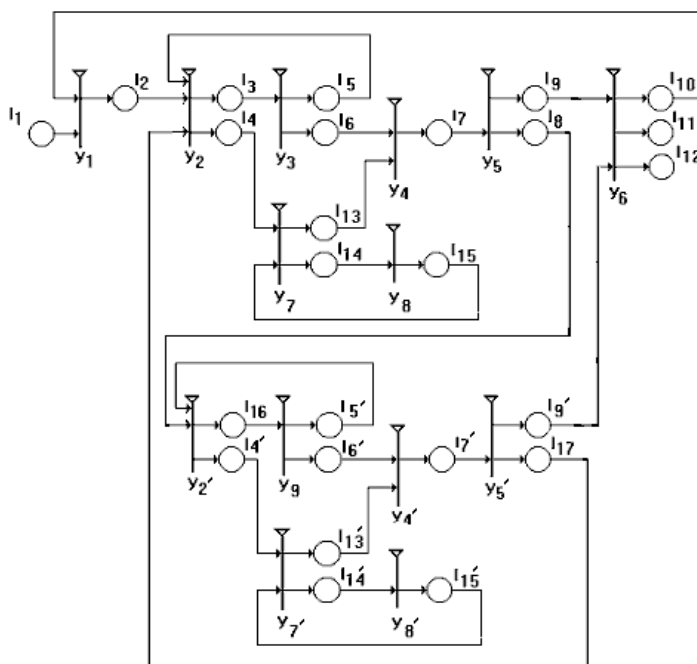
Параметърът <размер> има размерът  $n \in N$  ( $n \times n$ ) на матриците  $T$ ,  $M$  и  $R$ . Параметърът <трафична матрица> показва трафичната матрица  $T$ . Параметърът <итерация> показва броя итерации. Параметърът <междинна матрица> показва междинната матрица  $M$ . Параметърът <безконфликтна матрица> показва поредната матрица  $R^k: R^1, R^2, \dots, R^k, k \in [1, n]$ . Параметърът <номер на ред> показва номера на реда в матрицата:  $i \in [1, n]$ . Параметърът <номер на стълб> показва номера на стълба в матрицата:  $j \in [1, n]$ . Параметър <номер на междинна клетка> показва номера на междинната клетка под  $t_{ij}=1$ . Параметърът <брой безконфликтни заявки> показва броя елементи  $t_{ij}=1$  в текущата итерация.



Ядрото  $\alpha$  влиза в позиция  $l_1$  с начални характеристики „<размер>=n, <трафична матрица>:=T, <итерация>=1 ( $k=1$ )“

Конкретните позиции в модела имат следния смисъл:

- |                                                 |                                             |
|-------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| $l_1$ – старт;                                  | $l_2$ – инициализирани са параметри;        |
| $l_3$ – няма заявка ( $M_{ij}=0$ );             | $l_4$ – заявка за предаване ( $M_{ij}=1$ ); |
| $l_5$ – редът не е обработен;                   | $l_6$ – редът е обработен ( $j>n$ )         |
| $l_7$ – преминаване на нов ред;                 | $l_8$ – M не е претърсена по всички ред;    |
| $l_9$ – M е претърсена докрая;                  | $l_{10}$ – преминаване към нова итерация;   |
| $l_{11}$ – поредовата матрица $R^k$ е готова;   | $l_{12}$ – край;                            |
| $l_{13}$ – под-стълба на M е нулиран ( $l>n$ ); | $l_{14}$ – стълбът не е обработен;          |
| $l_{15}$ – преминаване към нова клетка,         | $l_{16}$ – няма заявка ( $M_{ij}=0$ );      |
| $l_{17}$ – M не е претърсена докрая по редове   |                                             |
| $l_{17}$ – M не е претърсена докрая по редове.  |                                             |



Фиг. II.2. OM-модел на алгоритъма left-right

Формалното описание е:

$y_1 = \langle \{l_1, l_{10}\}, \{l_2\}, r_1, v(l_1, l_{10}) \rangle$ , където  $r_1$  е показано в Таблица 1.

Характеристичните функции са:  $\Phi_2 = \langle \text{„междинна матрица“} := \langle \text{трафична матрица} \rangle (M := T), \langle \text{„безконфликтна матрица“} := 0 (R^k := 0), \langle \text{„номер на ред“} := 1 (i := 1), \langle \text{„номер на стълб“} := 1 (j := 1), \langle \text{„номер на безконфликтна заявка“} := 0. (r = 0) \rangle$

$y_2 = \langle \{ l_2, l_5, l_8 \}, \{ l_3, l_4 \}, r_2, v(l_2, l_5, l_8) \rangle$ , където  $r_2$  е показано в Таблица 1.

Предикатът  $W_1$  има следната форма:  $W_1 = \langle M_{ij} = 1 \rangle$ ;

Характеристичните функции са:  $\Phi_3 = \langle \text{номер на стълб} \rangle := \langle \text{номер на стълб} \rangle + 1$  ( $j := j+1$ );  $\Phi_4 = \langle T_{ij} \rangle := 0$ ,  $\langle R_{ij}^k \rangle := 1$ ,  $\langle \text{номер на междинна клетка} \rangle := \langle \text{номер на ред} \rangle + 1$  ( $i := i+1$ ),  $\langle \text{брой безконфликтни заявки} \rangle := \langle \text{брой безконфликтни заявки} \rangle + 1$  ( $r := r+1$ ).

$y_3 = \langle \{ l_3 \}, \{ l_5, l_6 \}, r_3, v(l_3) \rangle$ , където  $r_3$  е показано в Таблица 1.

Предикатът  $W_2$  има следната форма:  $W_2 = \langle j > n \rangle$ .

Характеристичните функции са  $\langle * \rangle$ :

$y_4 = \langle \{ l_6, l_{13} \}, \{ l_7 \}, r_4, v(l_6, l_3) \rangle$ , където  $r_4$  е показано в Таблица 1.

Характеристичните функции са:  $\Phi_7 = \langle \text{номер на ред} \rangle := \langle \text{номер на ред} \rangle + 1$  ( $i := i+1$ ).

$y_5 = \langle \{ l_7 \}, \{ l_8, l_9 \}, r_5, v(l_7) \rangle$ , където  $r_5$  е показано в Таблица 1.

Предикатът  $W_3$  има следната форма:  $W_3 = \langle i > n \rangle$ .

Характеристичните функции са:  $\Phi_8 = \langle \text{номер на стълб} \rangle = n$  ( $j := n$ ),  $\Phi_9 = \langle * \rangle$ .

$y_6 = \langle \{ l_9 \}, \{ l_{10}, l_{11}, l_{12} \}, r_6, v(l_9) \rangle$ , където  $r_6$  е показано в Таблица 1.

Предикатът  $W_4$  има следната форма:  $W_4 = \langle r = 0 \rangle$ .

Характеристичните функции са:  $\Phi_{10} = \langle \text{итерация} \rangle := \langle \text{итерация} \rangle + 1$  ( $k := k+1$ ),  $\Phi_{11} = \langle R^k \rangle$  към комутатор,  $\Phi_{12} = \langle * \rangle$ .

$y_7 = \langle \{ l_4, l_{15} \}, \{ l_{13}, l_{14} \}, r_7, v(l_4, l_{15}) \rangle$ , където  $r_7$  е показано в Таблица 1.

Предикатът  $W_5$  има следната форма:  $W_5 = \langle l > n \rangle$ .

Характеристичните функции са:  $\Phi_{13} = \langle * \rangle$ ,  $\Phi_{14} = \langle M_{ij} \rangle := 0$ .

$y_8 = \langle \{ l_{14} \}, \{ l_{15} \}, r_8, v(l_{14}) \rangle$ , където  $r_8$  е показано в Таблица 1.

Характеристичните функции са:  $\Phi_{15} = \langle \text{номер на междинна клетка} \rangle := \langle \text{номер на междинна клетка} \rangle + 1$  ( $l := l+1$ ).

Всички преходи с  $\langle ' \rangle$  например  $y_2', y_3', \dots, y_8'$  са еквивалентни на преходите  $y_2, y_3, \dots, y_8$ . Изключения има в характеристичните функции:

-  $\Phi_3 = \langle \text{номер на стълб} \rangle := \langle \text{номер на стълб} \rangle + 1$  ( $j := j+1$ )  $\neq \Phi_{16} = \langle \text{номер на стълб} \rangle := \langle \text{номер на стълб} \rangle - 1$  ( $j := j-1$ );

-  $\Phi_8 = \langle \text{номер на стълб} \rangle = n$  ( $j := n$ )  $\neq \Phi_{17} = \langle \text{номер на стълб} \rangle = 1$  ( $j := 1$ ).

$y_9 = \langle \{ l_{16} \}, \{ l_5', l_6' \}, r_9, v(l_{16}) \rangle$ , където  $r_9$  е показано в Таблица 1.

Предикатът  $W_6$  има следната форма:  $W_1 = „j < 1“$ .

Таблица 1. Матрици на предикатите в ОМ-модела

|          |          |            |            |          |          |            |          |          |
|----------|----------|------------|------------|----------|----------|------------|----------|----------|
| $r_1 =$  | $l_2$    | $r_2 =$    | $l_3$      | $l_4$    | $r_3 =$  | $l_5$      | $l_6$    |          |
| $l_1$    | true     | $l_2$      | $\neg W_1$ | $W_1$    | $l_3$    | $\neg W_2$ | $W_2$    |          |
| $l_{10}$ | true     | $l_5$      | $\neg W_1$ | $W_1$    |          |            |          |          |
|          |          | $l_8$      | $\neg W_1$ | $W_1$    |          |            |          |          |
| $r_4 =$  | $l_7$    | $r_5 =$    | $l_8$      | $l_9$    | $r_6 =$  | $l_{10}$   | $l_{11}$ | $l_{12}$ |
| $l_6$    | true     | $l_7$      | $\neg W_3$ | $W_3$    | $l_9$    | $\neg W_4$ | true     | $W_4$    |
| $l_{13}$ | true     |            |            |          |          |            |          |          |
| $r_7 =$  | $l_{13}$ | $l_{14}$   | $r_8 =$    | $l_{15}$ | $r_9 =$  | $l_5'$     | $l_6'$   |          |
| $l_4$    | $W_5$    | $\neg W_5$ | $l_{14}$   | true     | $l_{16}$ | $\neg W_6$ | $W_6$    |          |
| $l_{15}$ | $W_5$    | $\neg W_5$ |            |          |          |            |          |          |

Капацитетът на всички дъги е равен на единица. Капацитетът на всички позиции също е равен на единица, с изключение на позиция  $l_{11}$ , която има капацитет  $n$ . Приоритетите на позициите са еквивалентни, приоритетите на преходите също са еквивалентни – т.е. приоритети не са необходими.

ОМ не притежава локални или глобални времеви компоненти.

Какви са свойства на ОМ-модела на първата модификация.

Заявките, съответстващи на елемент  $t_{1,1}$  ще бъдат обслужени първи, а  $t_{1,n}$  – последни. Заявките, съответстващи на елемент  $t_{2,n}$  ще бъдат обслужени първи, а на  $t_{2,1}$  – последни, и т.н. Приоритетите на обслужване могат да бъдат променени чрез транспозиция на редовете и колоните на матрицата  $T$ .

Частично сравнение с базовия алгоритъм, в което редовете се обхождат последователно в една и съща посока, е показано в Таблица 2.

Таблица 2. Допълнителните решения - „left-” и базовия алгоритъм

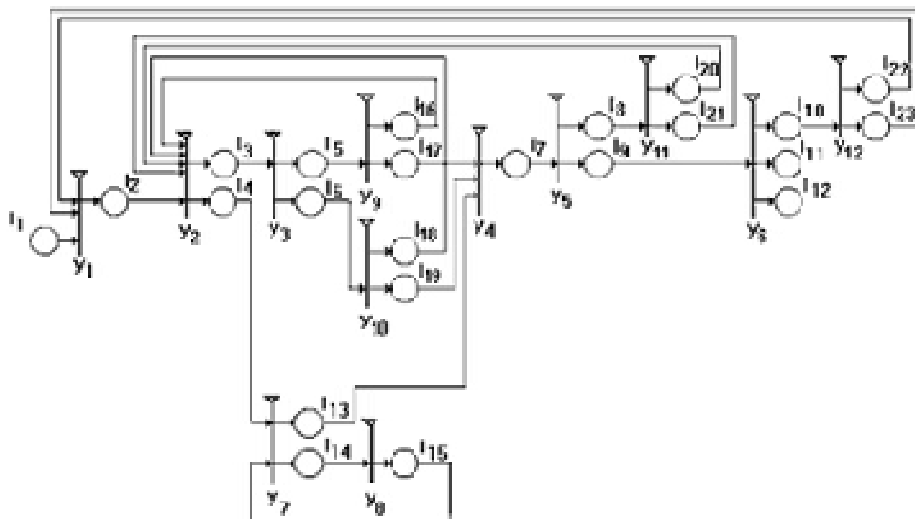
|                       |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n =$                 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Този алгоритъм (left) | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 3 | 0 | 3 |
| Базовия алгоритъм     | 0 | 1 | 0 | 3 | 2 | 1 | 0 | 7 |

Когато имаме пълен трафик, в случая, когато  $n \neq 2^k$ ,  $k \in \mathbb{N}$  ( $k=1,2,3,\dots$ ), базовия алгоритъмът не обработва правилно последния ред и последния стълб. Това се избягва чрез предложения алгоритъм. Таблица 2 показва броя на изчислени матрици ( $R$ ) в повече от оптималния брой ( $n$ ) на запълване на трафичната матрица  $T$  (броят на заявките  $= n^2$ ).

### 2.2.2 OM-модел на втората модификация на алгоритъма „Вълнов Фрон“ (matrix)

Предложеното решение чрез OM е показано на фиг. II. 3.

Ядрата в OM-модела показват матрицата и променливите. Ядрото има десет параметъра: <размер>, <трафична матрица>, <итерация>, <междинна матрица>, <безконфликтна матрица>, <номер на ред>, <номер на стълб>, <номер на текуща клетка>, <брой безконфликтни заявки>, <посока на реда>.



Фиг. II. 3. OM-модел втората модификация („matrix“) на алгоритъма

Параметърът <размер> има размера  $n \in N$  ( $n \times n$ ) на матриците  $T$ ,  $M$  и  $R$ . Параметърът <трафична матрица> показва трафичната матрица  $T$ . Параметърът <итерация> показва броя итерации. Параметърът <междинна матрица> показва междинната матрица  $M$ . Параметърът <безконфликтна матрица> показва поредната матрица  $R_k$ :  $R_1, R_2, \dots, R_k$ ,  $k \in [1, n]$ . Параметърът <брой редове> показва броя редове в матрицата:  $i \in [1, n]$ . Параметърът <номер на стълба> показва броят на стълбовете в матрицата:  $j \in [1, n]$ . Параметърът <номер на междинната клетка> показва номера на междинната клетка под  $t_{ij}=1$ . Параметърът <брой безконфликтни заявки> показва броя елементи  $t_{ij}=1$  в текущата позиция. Параметърът <посока на реда> показва посоката на обхождане на дадения ред,  $z \in [0, 1]$ .

Ядрото алфа влиза в позиция  $I_1$  с начални характеристики „<размер>= $n$ , <трафична матрица>= $T$ , <итерация>= $1$  ( $k=1$ ), <номер на стълба> ( $j=1$ ), <посока на реда> ( $z=0$ )”.

Формалното описание е:

$y_1 = \langle \{l_1, l_{10}\}, \{l_2\}, r_1, v(l_1, l_2, l_3) \rangle$ , където  $r_1$  е показано в Таблица 3.

Характеристичните функции са:  $\Phi_2 = \langle \text{междинна матрица} \rangle := \langle \text{трафична матрица} \rangle$  ( $M := T$ ),  $\langle \text{безконфликтна матрица} \rangle = 0$  ( $R^k := 0$ ),  $\langle \text{номер на ред} \rangle = 1$  ( $i := 1$ ),  $\langle \text{брой безконфликтни заявки} \rangle = 0$ . ( $r := 0$ )“

$y_2 = \langle \{l_2, l_{16}, l_{18}, l_{20}, l_{21}\}, \{l_3, l_4\}, r_2, v(l_2, l_{16}, l_{18}, l_{20}, l_{21}) \rangle$ , където  $r_2$  е показан в Таблица 1.

Предикатът  $W_1$  има следната форма:  $W_1 = \langle M_{ij} = 1 \rangle$ ;

Характеристичните функции са:  $\Phi_3 = \langle \text{междинна клетка} \rangle := \langle \text{номер на ред} \rangle + 1$  ( $i := i + 1$ ),  $\langle \text{брой безконфликтни заявки} \rangle := \langle \text{брой безконфликтни заявки} \rangle + 1$  ( $r := r + 1$ )“.

$y_3 = \langle \{l_3\}, \{l_5, l_6\}, r_3, v(l_3) \rangle$ , където  $r_3$  е показано в Таблица 1.

Предикатът  $W_2$  има следната форма:  $W_2 = \langle z = 0 \rangle$ .

Характеристичните функции са:  $\Phi_5 = \langle \text{номер на стълб} \rangle := \langle \text{номер на стълб} \rangle - 1$  ( $j := j - 1$ )“,  $\Phi_6 = \langle \text{номер на стълб} \rangle := \langle \text{номер на стълб} \rangle + 1$  ( $j := j + 1$ )“.

$y_4 = \langle \{l_{17}, l_{19}, l_{13}\}, \{l_7\}, r_4, v(l_{17}, l_{19}, l_{13}) \rangle$ , където  $r_4$  е показано в Таблица 1.

Характеристичните функции са:  $\Phi_7 = \langle \text{номер на ред} \rangle := \langle \text{номер на ред} \rangle + 1$  ( $i := i + 1$ )“.

$y_5 = \langle \{l_7\}, \{l_8, l_9\}, r_5, v(l_7) \rangle$ , където  $r_5$  е показано в Таблица 1.

Предикатът  $W_3$  има следната форма:  $W_3 = \langle i > n \rangle$ .

Характеристичните функции са  $\langle \text{null} \rangle$ :  $\Phi_8, \Phi_9 = \langle \text{null} \rangle$ .

$y_6 = \langle \{l_9\}, \{l_{10}, l_{11}, l_{12}\}, r_6, v(l_9) \rangle$ , където  $r_6$  е показано в Таблица 1.

Предикатът  $W_4$  има следната форма:  $W_4 = \langle r = 0 \rangle$ .

Характеристичните функции са:  $\Phi_{10} = \langle \text{итерация} \rangle := \langle \text{итерация} \rangle + 1$  ( $k := k + 1$ )“,  $\Phi_{11} = \langle R^k \rangle$  към комутатора“,  $\Phi_{12} = \langle \text{null} \rangle$ .

$y_7 = \langle \{l_4, l_{15}\}, \{l_{13}, l_{14}\}, r_7, v(l_4, l_{15}) \rangle$ , където  $r_7$  е показано в Таблица 1.

Предикатът  $W_5$  има следната форма:  $W_5 = \langle l > n \rangle$ .

Характеристичните функции са:  $\Phi_{13} = \langle \text{null} \rangle$ ,  $\Phi_{14} = \langle M_{lj} \rangle := 0$ “.

$y_8 = \langle \{l_{14}\}, \{l_{15}\}, r_8, v(l_{14}) \rangle$ , където  $r_8$  е показано в Таблица 1.

Характеристичните функции са:  $\Phi_{15} = \langle \text{номер на междинна клетка} \rangle := \langle \text{номер на междинна клетка} \rangle + 1$  ( $l := l + 1$ )“.

$y_9 = \langle \{l_5\}, \{l_{16}, l_{17}\}, r_9, v(l_5) \rangle$ , където  $r_9$  е показано в Таблица 1.

Предикатът  $W_6$  има следната форма:  $W_6 = \langle j < 1 \rangle$ .

Характеристичните функции са  $\langle \text{null} \rangle$ :  $\Phi_{16}, \Phi_{17} = \langle \text{null} \rangle$ .

$y_{10} = \langle \{l_6\}, \{l_{18}, l_{19}\}, r_{10}, v(l_6) \rangle$ , където  $r_{10}$  е показано в Таблица 1.

Предикатът  $W_7$  има следната форма:  $W_7 = „j > n“$ .

Характеристичните функции са  $\langle null \rangle$ :  $\Phi_{18}, \Phi_{19} = „*“$ .

$y_{11} = \langle \{ l_8 \}, \{ l_{20}, l_{21} \}, r_{11}, v(l_8) \rangle$ , където  $r_{11}$  е показано в Таблица 1.

Характеристичните функции са:  $\Phi_{20} = „\langle \text{номер на стълб} \rangle = n (j=n)“$ ,  $\Phi_{21} = „\langle \text{номер на стълб} \rangle = 1 (j=1)“$ .

$y_{12} = \langle \{ l_{10} \}, \{ l_{22}, l_{23} \}, r_{12}, v(l_{10}) \rangle$ , където  $r_{12}$  е показано в Таблица 1.

Характеристичните функции са:  $\Phi_{22} = „\langle \text{посока на реда} \rangle = 0 (z=0), \langle \text{номер на стълб} \rangle = 1 (j=1)“$ ,  $\Phi_{23} = „\langle \text{посока на реда} \rangle = 1 (z=1) \langle \text{номер на стълб} \rangle = n (j=n)“$ .

Таблица 3. Матрица на предикатите на ОМ-модела „matrix”

| $r_1 =$  | <table><tr><th></th><th><math>l_2</math></th></tr><tr><th><math>l_1</math></th><td>true</td></tr><tr><th><math>l_{10}</math></th><td>true</td></tr></table>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |            | $l_2$    | $l_1$ | true  | $l_{10}$   | true  | $r_4 =$  | <table><tr><th></th><th><math>l_7</math></th></tr><tr><th><math>l_{17}</math></th><td>true</td></tr><tr><th><math>l_{19}</math></th><td>true</td></tr><tr><th><math>l_{23}</math></th><td>true</td></tr></table>            |       | $l_7$    | $l_{17}$   | true     | $l_{19}$ | true       | $l_{23}$ | true     | $r_7 =$    | <table><tr><th></th><th><math>l_{13}</math></th><th><math>l_{14}</math></th></tr><tr><th><math>l_4</math></th><td><math>w_5</math></td><td><math>\neg w_5</math></td></tr><tr><th><math>l_{15}</math></th><td><math>w_5</math></td><td><math>\neg w_5</math></td></tr></table> |         | $l_{13}$                                                                                                                                                                     | $l_{14}$ | $l_4$ | $w_5$      | $\neg w_5$ | $l_{15}$   | $w_5$                                                                                                                                                                                 | $\neg w_5$ | $r_{10} =$                                                                                                      | <table><tr><th></th><th><math>l_{18}</math></th><th><math>l_{19}</math></th></tr><tr><th><math>l_6</math></th><td><math>\neg w_7</math></td><td><math>w_7</math></td></tr></table> |          | $l_{18}$   | $l_{19}$ | $l_6$      | $\neg w_7$                                                                                                                                                                         | $w_7$ |          |          |       |            |       |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|----------|-------|-------|------------|-------|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|----------|------------|----------|----------|------------|----------|----------|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|-------|------------|------------|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|------------|----------|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|----------|----------|-------|------------|-------|
|          | $l_2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_1$    | true                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_{10}$ | true                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
|          | $l_7$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_{17}$ | true                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_{19}$ | true                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_{23}$ | true                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
|          | $l_{13}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $l_{14}$   |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_4$    | $w_5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $\neg w_5$ |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_{15}$ | $w_5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $\neg w_5$ |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
|          | $l_{18}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $l_{19}$   |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_6$    | $\neg w_7$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $w_7$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $r_2 =$  | <table><tr><th></th><th><math>l_3</math></th><th><math>l_4</math></th></tr><tr><th><math>l_2</math></th><td><math>\neg w_1</math></td><td><math>w_1</math></td></tr><tr><th><math>l_{16}</math></th><td><math>\neg w_1</math></td><td><math>w_1</math></td></tr><tr><th><math>l_{18}</math></th><td><math>\neg w_1</math></td><td><math>w_1</math></td></tr><tr><th><math>l_{20}</math></th><td><math>\neg w_1</math></td><td><math>w_1</math></td></tr><tr><th><math>l_{21}</math></th><td><math>\neg w_1</math></td><td><math>w_1</math></td></tr></table> |            | $l_3$    | $l_4$ | $l_2$ | $\neg w_1$ | $w_1$ | $l_{16}$ | $\neg w_1$                                                                                                                                                                                                                  | $w_1$ | $l_{18}$ | $\neg w_1$ | $w_1$    | $l_{20}$ | $\neg w_1$ | $w_1$    | $l_{21}$ | $\neg w_1$ | $w_1$                                                                                                                                                                                                                                                                          | $r_5 =$ | <table><tr><th></th><th><math>l_8</math></th><th><math>l_9</math></th></tr><tr><th><math>l_7</math></th><td><math>\neg w_3</math></td><td><math>w_3</math></td></tr></table> |          | $l_8$ | $l_9$      | $l_7$      | $\neg w_3$ | $w_3$                                                                                                                                                                                 | $r_8 =$    | <table><tr><th></th><th><math>l_{12}</math></th></tr><tr><th><math>l_{14}</math></th><td>true</td></tr></table> |                                                                                                                                                                                    | $l_{12}$ | $l_{14}$   | true     | $r_{11} =$ | <table><tr><th></th><th><math>l_{20}</math></th><th><math>l_{21}</math></th></tr><tr><th><math>l_8</math></th><td><math>\neg w_2</math></td><td><math>w_2</math></td></tr></table> |       | $l_{20}$ | $l_{21}$ | $l_8$ | $\neg w_2$ | $w_2$ |
|          | $l_3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $l_4$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_2$    | $\neg w_1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $w_1$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_{16}$ | $\neg w_1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $w_1$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_{18}$ | $\neg w_1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $w_1$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_{20}$ | $\neg w_1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $w_1$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_{21}$ | $\neg w_1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $w_1$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
|          | $l_8$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $l_9$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_7$    | $\neg w_3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $w_3$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
|          | $l_{12}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_{14}$ | true                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
|          | $l_{20}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $l_{21}$   |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_8$    | $\neg w_2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $w_2$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $r_3 =$  | <table><tr><th></th><th><math>l_5</math></th><th><math>l_6</math></th></tr><tr><th><math>l_3</math></th><td><math>\neg w_2</math></td><td><math>w_2</math></td></tr></table>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |            | $l_5$    | $l_6$ | $l_3$ | $\neg w_2$ | $w_2$ | $r_6 =$  | <table><tr><th></th><th><math>l_{10}</math></th><th><math>l_{11}</math></th><th><math>l_{12}</math></th></tr><tr><th><math>l_9</math></th><td><math>\neg w_4</math></td><td>true</td><td><math>w_4</math></td></tr></table> |       | $l_{10}$ | $l_{11}$   | $l_{12}$ | $l_9$    | $\neg w_4$ | true     | $w_4$    | $r_9 =$    | <table><tr><th></th><th><math>l_{16}</math></th><th><math>l_{17}</math></th></tr><tr><th><math>l_5</math></th><td><math>\neg w_6</math></td><td><math>w_6</math></td></tr></table>                                                                                             |         | $l_{16}$                                                                                                                                                                     | $l_{17}$ | $l_5$ | $\neg w_6$ | $w_6$      | $r_{12} =$ | <table><tr><th></th><th><math>l_{22}</math></th><th><math>l_{23}</math></th></tr><tr><th><math>l_{10}</math></th><td><math>\neg w_2</math></td><td><math>w_2</math></td></tr></table> |            | $l_{22}$                                                                                                        | $l_{23}$                                                                                                                                                                           | $l_{10}$ | $\neg w_2$ | $w_2$    |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
|          | $l_5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $l_6$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_3$    | $\neg w_2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $w_2$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
|          | $l_{10}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $l_{11}$   | $l_{12}$ |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_9$    | $\neg w_4$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | true       | $w_4$    |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
|          | $l_{16}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $l_{17}$   |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_5$    | $\neg w_6$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $w_6$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
|          | $l_{22}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $l_{23}$   |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |
| $l_{10}$ | $\neg w_2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $w_2$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                             |       |          |            |          |          |            |          |          |            |                                                                                                                                                                                                                                                                                |         |                                                                                                                                                                              |          |       |            |            |            |                                                                                                                                                                                       |            |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                    |          |            |          |            |                                                                                                                                                                                    |       |          |          |       |            |       |

Капацитетът на всичкидъги е равен на единица. Капацитетът на всички позиции също е равен на единица, с изключение на позиция  $l_{11}$ , която има капацитет  $n$ . Приоритетите на различните позиции са еквивалентни, приоритетите на преходите също – т.е. приоритети не са необходими. ОМ не притежава локални и глобални времеви компоненти.

Какви са свойства на ОМ-модела на втората модификация.

Заявките, съответстващи на елемен  $tt_{1,1}$  ще бъдат изпълнени първи, а  $t_{n,n}$  – последни, в нечетна итерация (1,3,...). Заявките, съответстващи на елемент  $t_{1,n}$  ще бъдат изпълнени първи, а  $t_{n,1}$  – последни, в четна итерация (2,4,...).

Промяната в посоката на обхождането по редове е въведена, за да подобри резултата на алгоритъма, когато имаме пълна трафична матрица  $T$  (с  $T \rightarrow n^2$  заявки). Сравнение с първата модификация на алгоритъма (обозначена  $k[6]$ ), в който редовете се проверяват последователно в различна посока, е показано в Таблица 4.

Когато имаме пълен трафик, в случая, когато  $n = 2^k$  и двете модификации работят оптимално. Представената втора модификация е по-добра в някои части на интервала  $n \in [2^k, 2^k + 2^{k-1}]$ ,  $k \in \mathbb{N}$  ( $k=1,2,3,\dots$ ), и се представя по-лошо в други части.

**Таблица 4.** Сравнение за запълнеността на трафичната матрица

|      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| n    | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 48 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 |
| k    | 32 | 48 | 48 | 51 | 48 | 54 | 48 | 76 | 84 | 86 | 88 | 64 |
| k[6] | 32 | 51 | 50 | 52 | 48 | 52 | 48 | 68 | 75 | 76 | 76 | 64 |

Предложения ОМ-модел има последователно действие – по едно и също време сработва само един преход. В рамките на предложения модел сме конструирали преходите по такъв начин, че всеки преход да се състои от набор независими операции. По този начин ОМ-моделът може да позволи да се разпаралели изпълнението на алгоритъма, но няма смисъл. Модификациите не са „стабилно” по-добри от базовия алгоритъм. Полезни за нас са като начален методологически опит за ОМ-синтез.

### 2.3 "Реброви" алгоритъм "Наблюдение" (Observation).

Този алгоритъм е възможно „най-прост” – аналог на Time Division Multiplexing (TDM) [100]. Смисълът е да избираме за решаване елементите от главния диагонал на  $T$  и успоредните му диагонали.. Формалното описание с ОМ за получаване на безконфликтно разписание е дадена в основния текст. Предложеното решение във вид на ОМ е показано на фиг.П.4. Главна полза - използва се минимално количество памет

Последователността на изчисленията за получаване на безконфликтно разписание е следната.

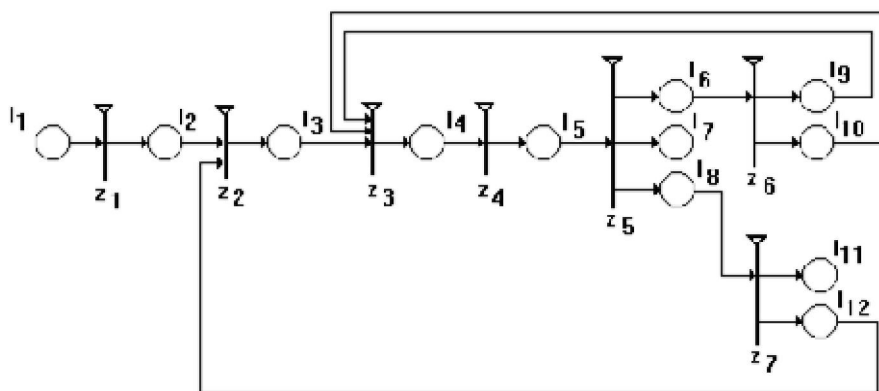
Процесът е итеративен. През първата итерация главният диагонал на трафичната матрица  $T$  се записва в главния диагонал на нова матрица  $R$ , която наричаме матрица на разрешените безконфликтни връзки  $R1$ . През втората итерация записваме елементите, отдалечени на една клетка разстояние вдясно от главния диагонал на  $T$ , на същите места в следващата матрица  $R2$ . Когато се достигне до последния стълб на матрица  $T$ , преминаваме към първия елемент от следващия ред. Когато се достигне до последния ред на  $T$ , итерацията приключва и се формира  $R2$ . Последната  $n$ -та итерация започва от последния елемент (клетка) от първия ред на  $T$ , преминава през първия елемент от втория ред, след това през втория елемент на третия ред и т.н. до достигането на  $(n-1)$ -вия елемент на  $n$ -тия ред. Когато  $Rn$  се формира при

$n$ -тата итерация, процесът е завършен – всички елементи на  $T$  (заявки) съществуват в разписанието, определено от безконфликтните матрици  $R_1, R_2, \dots, R_n$ . Вероятността за конфликт при изпълнени заявки е нула.

Предложеното решение във вид на ОМ е показано на фиг. II.4.

Ядрата в ОМ-модела представят матрицата и променливите. Ядрото има шест параметъра: <размер>, <трафична матрица>, <итерация>, <безконфликтна матрица>, <номер на ред>, <номер на стълб>.

Параметърът <размер> има размерът  $n \in \mathbb{N}$  ( $n \times n$ ) на матрицата  $T$  и матрицата  $R$ . Параметърът <трафична матрица> показва трафичната матрица  $T$ . Параметърът <итерация> показва номерът на итерацията  $k$ . Параметърът <безконфликтна матрица> показва поредната матрица  $R_k$ :  $R_1, R_2, \dots, R_k$ ,  $k \in [1, n]$ . Параметър <номер на ред> показва номерът на реда в матрицата:  $i \in [1, n]$ . Параметърът <номер на стълб> показва номера на стълба в матрицата:  $j \in [1, n]$ .



Фиг. II.4. ОМ-модел на алгоритъма „Наблюдение”

Конкретните позиции в модела имат следния смисъл:

|                               |                                             |
|-------------------------------|---------------------------------------------|
| $l_1$ – старт;                | $l_2$ – инициране на параметри;             |
| $l_3$ – избран е първи ред;   | $l_4$ – записан е елемент;                  |
| $l_5$ – избран е нов ред;     | $l_6$ – избран е следващ стълб;             |
| $l_7$ – записана е $R^k$ ;    | $l_8$ – готовност за нова итерация;         |
| $l_9$ – избран е първи стълб; | $l_{10}$ – преминаване към следваща клетка; |
| $l_{11}$ – край;              | $l_{12}$ – избран е стълб $k$ ;             |

Формалното описание е:

$$z_1 = \langle \{l_1\}, \{l_2\}, r_1, v(l_1) \rangle,$$

където

$$r_1 = \frac{l_2}{l_1 \mid \text{true}}$$



Характеристичните функции са:  $\Phi_2 = \langle \text{итерация} \rangle = 1 \text{ (} k:=1 \text{)}, \langle \text{безконфликтна матрица} \rangle = 0 \text{ (} R^k := 0 \text{)}, \langle \text{номер на стълб} \rangle = 1 \text{ (} j:=1 \text{)},$

$$z_2 = \langle \{ l_2, l_{12} \}, \{ l_3 \}, r_2, v(l_2, l_{12}) \rangle,$$

където

$$r_2 = \begin{array}{c|c} & l_3 \\ \hline l_2 & \text{true} \\ l_{12} & \text{true} \end{array}$$

Характеристичните функции са:  $\Phi_3 = \langle \text{номер на ред} \rangle = 1 \text{ (} i:=1 \text{)}.$

$$z_3 = \langle \{ l_3, l_9, l_{10} \}, \{ l_4 \}, r_3, v(l_3, l_9, l_{10}) \rangle,$$

където

$$r_3 = \begin{array}{c|c} & l_4 \\ \hline l_3 & \text{true} \\ l_9 & \text{true} \\ l_{10} & \text{true} \end{array}$$

Характеристичните функции са:  $\Phi_4 = \langle R^k_{ij} \rangle := \langle T_{ij} \rangle$

$$z_4 = \langle \{ l_6, l_{13} \}, \{ l_7 \}, r_4, v(l_6, l_7) \rangle,$$

където

$$r_4 = \begin{array}{c|c} & l_5 \\ \hline l_4 & \text{true} \end{array}$$

Характеристичните функции са:  $\Phi_7 = \langle \text{номер на ред} \rangle := \langle \text{номер на ред} \rangle + 1 \text{ (} i:=i+1 \text{)}.$

$$z_5 = \langle \{ l_5 \}, \{ l_6, l_7, l_8 \}, r_5, v(l_5) \rangle,$$

където

$$r_5 = \begin{array}{c|ccc} & l_6 & l_7 & l_8 \\ \hline l_5 & \neg W_1 & \text{true} & W_1 \end{array}$$

Предикатът  $W_3$  има следната форма:  $W_1 = \langle i \rangle > n$ .

Характеристичните функции са:  $\Phi_6 = \langle \text{номер на стълб} \rangle := \langle \text{номер на стълб} \rangle + 1 \text{ (} j:=j+1 \text{)}, \Phi_7 = \langle R^k \rangle \text{ към комутатора}, \Phi_8 = \langle \text{итерация} \rangle := \langle \text{итерация} \rangle + 1 \text{ (} k:=k+1 \text{)}.$

$$z_6 = \langle \{ l_6 \}, \{ l_9, l_{10} \}, r_6, v(l_6) \rangle,$$

където

$$r_6 = \frac{l_9 \quad l_{10}}{l_6 \quad w_2 \quad \neg w_2}$$

Предикатът  $W_4$  има следната форма:  $W_2 = „j > n“$ .

Характеристичните функции са:  $\Phi_9 = „\text{номер на стълб} > 1 (j := 1)“$ ,  $\Phi_{10} = „*“$ .

$z_7 = \{ l_8 \}, \{ l_{11}, l_{12} \}, r_7, v(l_8) >$ ,

където

$$r_7 = \frac{l_{11} \quad l_{12}}{l_8 \quad w_3 \quad \neg w_3}$$

Предикатът  $W_5$  има следната форма:  $W_3 = „k > n“$ .

Характеристичните функции са:  $\Phi_{11} = „*“$ ,  $\Phi_{12} = „\text{номер на стълб} := \text{итерация} (j := k)“$ .

Капацитетът на всички дъги е равен на единица. Капацитетът на всички позиции също е единица, с изключение на позицията  $l_7$ , която има капацитет  $n$ . Приоритетите на позициите са еквивалентни, приоритетите на преходите също са еквивалентни – т.е. не са необходими приоритети. ОМ няма локални и глобални времеви компоненти.

Избраният вид и поредност на избора на диагонали въвежда неявни приоритети в обслужването на заявките.

Разписанието се конструира посредством последователни изчисления – по време на един времеви интервал сработва само един преход. Задачата позволява паралелизъм. Така че предложеният ОМ модел може да бъде използван за сравнение не само на последователни, но и на паралелни алгоритми.

#### 2.4 Модификация ("разширение") на ОМ-модела на алгоритъма "Наблюдение".

Предлаганият алгоритъм се явява модификация на базовия „Наблюдение“, която цели увеличаване ефективността при не-пълно натоварване. Тъй като TDM се използва за гарантирано максимално натоварени канали (например спътникови), в случая на пакетен комутатор се очаква всякакъв (неравномерен) трафик. Същността на предлагания алгоритъм е следната:

- Копираме матрицата  $T$  в междинна матрица  $M$ .

- Тази матрица  $M$  се проверява последователно по редове за наличието на единици.
- При първата средната единица записваме в тази клетка на матрицата  $T$  нула, а в матрицата  $M$  под тази клетка - в нейния стълб ( $j$ ) – нули.
- Стойността на тази клетка (единица) се записва в същата клетка на нова матрица  $R$ , която наричаме матрица на разрешените безконфликтни връзки.
- След което преминаваме на следващия ред на матрицата  $M$  към клетка от следващия стълб. Така се обхожда този ред до края му.
- Ако не е намерена клетка със стойност 1, то редът се проверява от клетката на първия стълб до стълба с номер ( $j-1$ ).
- След проверяване на последния ред на матрицата  $M$  е формирана матрицата  $R$ , която не съдържа конфликти, и  $R$  се предава за управление на комутацията.
- Матрицата  $T$  вече не съдържа изпратените за предаване заявки.

Процесът е итеративен. След първата формирана безконфликтна матрица  $R$  копираме вече променената матрица  $T$  в междинната матрица  $M$ . И повтаряме претърсването. Алгоритъмът привършва действието си, когато в матрицата  $T$  не е останала нито една единица, тоест всички заявки са удовлетворени.

Построяването на ОМ-модел извършваме на основа на следните правила:

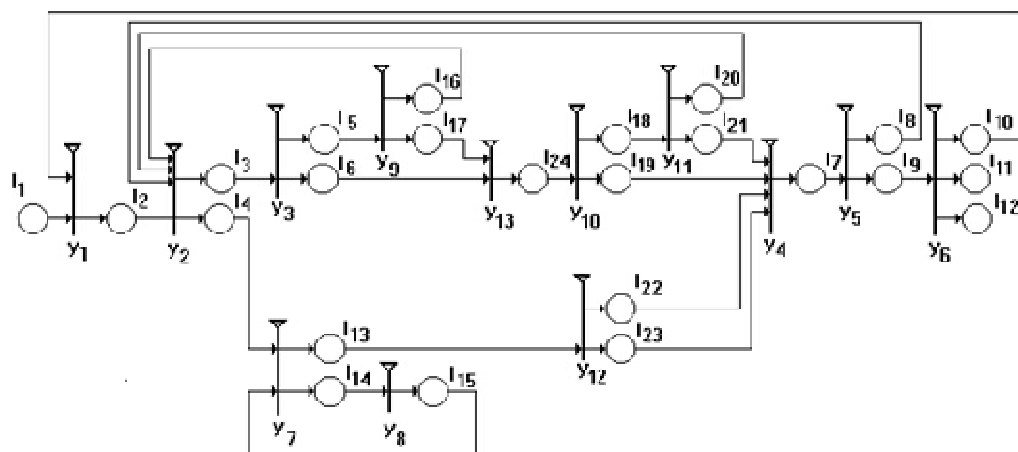
- на всеки оператор за сравнение (от алгоритъма) съпоставяме единствен преход в ОМ-модела;
- на всяка група последователни оператори за присвояване (от алгоритъма) съпоставяме един преход в ОМ-модела;

Ядрата в ОМ-модела представят матриците и променливите, използвани в алгоритъма. Всяко ядро може да притежава характеристика с до десет параметъра :  $\langle n \rangle$ ,  $\langle T \rangle$ ,  $\langle k \rangle$ ,  $\langle M \rangle$ ,  $\langle R_k \rangle$ ,  $\langle i \rangle$ ,  $\langle j \rangle$ ,  $\langle l \rangle$ ,  $\langle r \rangle$ ,  $\langle j_2 \rangle$ ,  $\langle s \rangle$ .

Параметърът  $\langle n \rangle$  представя размерността на използваните матрици - цяло число  $n \in \mathbb{N}$  за размерност ( $n \times n$ ) на матриците  $T$ ,  $M$  и  $R$ . Параметърът  $\langle T \rangle$  представя трафичната матрица  $T$ . Параметърът  $\langle M \rangle$  представя междинната матрица  $M$ . Параметърът  $\langle R \rangle$  представя матрица на разрешените безконфликтни връзки  $R$ . Параметърът  $\langle i \rangle$  (цяло положително число) представя броя на редовете в матриците  $i \in [1, n]$ . Параметърът  $\langle j \rangle$  (цяло положително число) представя броя на колоните в матриците  $j \in [1, n]$ . Параметърът  $\langle k \rangle$  (цяло положително число) представя броя на итерациите. Параметърът  $\langle l \rangle$  (цяло положително число) представя броя на клетките на матрицата  $T$  в колоната под елемент със стойност единица ( $t_{ij}=1$ ). Параметърът  $\langle r \rangle$

(цяло положително число) представя броя на елементите на  $T$  със стойност единица ( $t_{ij}=1$ ) в текущата итерация. Параметърът  $\langle j2 \rangle$  приема стойности от 1 до  $n$ , като се използва за определяне на клетката, от която ще започне обхождането на следващия ред. Параметърът  $\langle s \rangle$  приема стойности от 0 до  $n$ , като се използва за определяне броя на обходените клетки от текущия ред.

Предлагания ОМ-модел е показан графично на фиг.П.4.



Фиг.П.5. ОМ-модел на модификация на алгоритъм „Наблюдение”

Конкретните позиции в модела имат следния смисъл :

- |                                                        |                                                       |
|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| $l_1$ - старт;                                         | $l_2$ – инициализирани са параметри;                  |
| $l_3$ - няма заявка ( $M_{ij}=0$ );                    | $l_4$ – има заявка за предаване ( $M_{ij}=1$ );       |
| $l_5$ – редът не е обработен ( $s \neq n$ );           | $l_6$ - редът е обработен ( $s=n$ );                  |
| $l_7$ – към нов ред на $M$ ( $i+1$ );                  | $l_8$ - $M$ не е претърсена до края по редове;        |
| $l_9$ - $M$ е претърсена до края ( $i > n$ );          | $l_{10}$ – необходима е следваща итерация;            |
| $l_{11}$ - поредната матрица $R^k$ е готова;           | $l_{12}$ – край;                                      |
| $l_{13}$ - под-колоната на $M$ е нулирана ( $l > n$ ); | $l_{14}$ – нулиране на клетка ( $M_{lj}=0$ );         |
| $l_{15}$ - към следваща клетка ( $l+1$ );              | $l_{16}$ – ред от $M$ не е претърсен до края;         |
| $l_{17}$ редът от $M$ е претърсен ( $j > n$ );         | $l_{18}$ – следващата клетка е $< n$ ( $j2 \neq n$ ); |
| $l_{19}$ - следващата клетка надхвърля $n$ ( $j2=n$ ); | $l_{20}$ – още обработка на реда ( $s \neq n$ );      |
| $l_{21}$ – редът е обработен ( $s=n$ );                | $l_{22}$ – стълбът не е краен ( $j \neq n$ );         |
| $l_{23}$ – стълбът е краен ( $j=n$ ).                  |                                                       |

Формалното описание има вида:

$$y_1 = \langle \{l_1, l_{10}\}, \{l_2\}, r_1, v(l_1, l_{10}) \rangle,$$

където  $r_1$  е показан на Таблица 5.

Характеристичната функция е:

$$\Phi_2 = \langle M \rangle := \langle T \rangle, \langle i \rangle := 1, \langle j \rangle := 1, \langle r \rangle := 0, \langle s \rangle := 0$$

$$y_2 = \langle \{ l_2, l_8, l_{16}, l_{20} \}, \{ l_3, l_4 \}, r_2, v(l_2, l_8, l_{16}, l_{20}) \rangle,$$

Предикатът  $W_1$  има следната форма:  $W_1 = \langle M_{ij} = 1 \rangle$ .

Характеристичните функции :

$$\Phi_3 = \langle j \rangle := j+1, \langle s \rangle := s+1, \Phi_4 = \langle T_{ij} \rangle := 0, \langle R_{ij}^k \rangle := 1, \langle l \rangle := i+1, \langle r \rangle := r+1, \langle j_2 \rangle := j$$

$$y_3 = \langle \{ l_3 \}, \{ l_5, l_6 \}, r_3, v(l_3) \rangle,$$

Предикатът  $W_2$  има следната форма:  $W_2 = \langle s = n \rangle$ .

Характеристичните функции са празни:  $\Phi_5 = \Phi_6 = \langle * \rangle$

$$y_4 = \langle \{ l_{19}, l_{21}, l_{22}, l_{23} \}, \{ l_7 \}, r_4, v(l_{19}, l_{21}, l_{22}, l_{23}) \rangle$$

Характеристичната функция е :  $\Phi_7 = \langle s \rangle := 0, \langle i \rangle := i+1$ .

$$y_5 = \langle \{ l_7 \}, \{ l_8, l_9 \}, r_5, v(l_7) \rangle,$$

Предикатът  $W_3$  има следната форма:  $W_3 = \langle i > n \rangle$ .

Характеристичните функции са празни :  $\langle * \rangle$ .

$$y_6 = \langle \{ l_9 \}, \{ l_{10}, l_{11}, l_{12} \}, r_6, v(l_9) \rangle,$$

Предикатът  $W_4$  има следната форма :  $W_4 = \langle r = 0 \rangle$ .

Характеристичните функции са :

$$\Phi_{10} = \langle k \rangle := k+1, \langle j_2 \rangle := n, \Phi_{11} = \langle R^k \rangle \text{ е готова за управлението} \text{ и } \Phi_{12} \text{ е празна.}$$

$$y_7 = \langle \{ l_4, l_{15} \}, \{ l_{13}, l_{14} \}, r_7, v(l_4, l_{15}) \rangle,$$

Предикатът  $W_5$  има следната форма :  $W_5 = \langle l > n \rangle$ .

Характеристичните функции са :  $\Phi_{13}$  е празна  $\langle * \rangle$ ,  $\Phi_{14} = \langle M_{ij} \rangle := 0$ .

$$y_8 = \langle \{ l_{14} \}, \{ l_{15} \}, r_8, v(l_{14}) \rangle,$$

Характеристичната функция е:  $\Phi_{15} = \langle l \rangle := l+1$ .

$$y_9 = \langle \{ l_5 \}, \{ l_{16}, l_{17} \}, r_9, v(l_5) \rangle,$$

Предикатът  $W_6$  има следната форма:  $W_6 = \langle j > n \rangle$

Характеристичните функции са празни :  $\langle * \rangle$

$$y_{10} = \langle \{ l_{24} \}, \{ l_{18}, l_{19} \}, r_{10}, v(l_{24}) \rangle,$$

Предикатът  $W_7$  има следната форма:  $W_7 = \langle j_2 = n \rangle$ .

Характеристичните функции са празни :  $\langle * \rangle$ .

$$y_{11} = \langle \{ l_{18} \}, \{ l_{20}, l_{21} \}, r_{11}, v(l_{18}) \rangle,$$

Предикатът  $W_2$  е описан.

Характеристичните функции са :  $\Phi_{20} = \langle j \rangle := n$ ,  $\Phi_{21} = \langle j \rangle := 1$ .

$y_{12} = \langle \{ l_{13} \}, \{ l_{22}, l_{23} \}, r_{12}, v(l_{13}) \rangle$ ,

Предикатът  $W_8$  има следната форма:  $W_8 = \langle j = n \rangle$

Характеристичните функции са:  $\Phi_{22} = \langle j = j+1 \rangle$ ,  $\Phi_{23} = \langle j = 1 \rangle$

Таблица 5 Матрици на предикатите на ОМ-модела

| $r_1 =$  | <table><tr><th></th><th><math>l_2</math></th></tr><tr><td><math>l_1</math></td><td>true</td></tr><tr><td><math>l_{10}</math></td><td>true</td></tr></table>                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |            | $l_2$    | $l_1$ | true  | $l_{10}$   | true  | $r_4 =$  | <table><tr><th></th><th><math>l_7</math></th></tr><tr><td><math>l_{19}</math></td><td>true</td></tr><tr><td><math>l_{21}</math></td><td>true</td></tr><tr><td><math>l_{22}</math></td><td>true</td></tr><tr><td><math>l_{23}</math></td><td>true</td></tr></table> |       | $l_7$    | $l_{19}$   | true     | $l_{21}$ | true       | $l_{22}$ | true    | $l_{23}$                                                                                                                                                                     | true                                                                                                                                                                               | $r_7 =$ | <table><tr><th></th><th><math>l_{13}</math></th><th><math>l_{14}</math></th></tr><tr><td><math>l_4</math></td><td><math>w_5</math></td><td><math>\neg w_5</math></td></tr><tr><td><math>l_{15}</math></td><td><math>w_5</math></td><td><math>\neg w_5</math></td></tr></table> |          | $l_{13}$   | $l_{14}$   | $l_4$   | $w_5$                                                                                                           | $\neg w_5$                                                                                                                                                                            | $l_{15}$ | $w_5$    | $\neg w_5$ | $r_{10} =$ | <table><tr><th></th><th><math>l_{18}</math></th><th><math>l_{19}</math></th></tr><tr><td><math>l_{24}</math></td><td><math>\neg w_7</math></td><td><math>w_7</math></td></tr></table> |       | $l_{18}$ | $l_{19}$ | $l_{24}$ | $\neg w_7$ | $w_7$ |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|----------|-------|-------|------------|-------|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|----------|------------|----------|----------|------------|----------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|------------|------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|------------|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|----------|----------|----------|------------|-------|
|          | $l_2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_1$    | true                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_{10}$ | true                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
|          | $l_7$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_{19}$ | true                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_{21}$ | true                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_{22}$ | true                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_{23}$ | true                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
|          | $l_{13}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $l_{14}$   |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_4$    | $w_5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $\neg w_5$ |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_{15}$ | $w_5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $\neg w_5$ |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
|          | $l_{18}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $l_{19}$   |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_{24}$ | $\neg w_7$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $w_7$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $r_2 =$  | <table><tr><th></th><th><math>l_3</math></th><th><math>l_4</math></th></tr><tr><td><math>l_2</math></td><td><math>\neg w_1</math></td><td><math>w_1</math></td></tr><tr><td><math>l_{16}</math></td><td><math>\neg w_1</math></td><td><math>w_1</math></td></tr><tr><td><math>l_8</math></td><td><math>\neg w_1</math></td><td><math>w_1</math></td></tr><tr><td><math>l_{20}</math></td><td><math>\neg w_1</math></td><td><math>w_1</math></td></tr></table> |            | $l_3$    | $l_4$ | $l_2$ | $\neg w_1$ | $w_1$ | $l_{16}$ | $\neg w_1$                                                                                                                                                                                                                                                         | $w_1$ | $l_8$    | $\neg w_1$ | $w_1$    | $l_{20}$ | $\neg w_1$ | $w_1$    | $r_5 =$ | <table><tr><th></th><th><math>l_8</math></th><th><math>l_9</math></th></tr><tr><td><math>l_7</math></td><td><math>\neg w_3</math></td><td><math>w_3</math></td></tr></table> |                                                                                                                                                                                    | $l_8$   | $l_9$                                                                                                                                                                                                                                                                          | $l_7$    | $\neg w_3$ | $w_3$      | $r_8 =$ | <table><tr><th></th><th><math>l_{15}</math></th></tr><tr><td><math>l_{14}</math></td><td>true</td></tr></table> |                                                                                                                                                                                       | $l_{15}$ | $l_{14}$ | true       | $r_{11} =$ | <table><tr><th></th><th><math>l_{20}</math></th><th><math>l_{21}</math></th></tr><tr><td><math>l_{18}</math></td><td><math>\neg w_2</math></td><td><math>w_2</math></td></tr></table> |       | $l_{20}$ | $l_{21}$ | $l_{18}$ | $\neg w_2$ | $w_2$ |
|          | $l_3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $l_4$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_2$    | $\neg w_1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $w_1$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_{16}$ | $\neg w_1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $w_1$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_8$    | $\neg w_1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $w_1$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_{20}$ | $\neg w_1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $w_1$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
|          | $l_8$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $l_9$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_7$    | $\neg w_3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $w_3$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
|          | $l_{15}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_{14}$ | true                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
|          | $l_{20}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $l_{21}$   |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_{18}$ | $\neg w_2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $w_2$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $r_3 =$  | <table><tr><th></th><th><math>l_5</math></th><th><math>l_6</math></th></tr><tr><td><math>l_3</math></td><td><math>\neg w_2</math></td><td><math>w_2</math></td></tr></table>                                                                                                                                                                                                                                                                                  |            | $l_5$    | $l_6$ | $l_3$ | $\neg w_2$ | $w_2$ | $r_6 =$  | <table><tr><th></th><th><math>l_{10}</math></th><th><math>l_{11}</math></th><th><math>l_{12}</math></th></tr><tr><td><math>l_9</math></td><td><math>\neg w_4</math></td><td>true</td><td><math>w_4</math></td></tr></table>                                        |       | $l_{10}$ | $l_{11}$   | $l_{12}$ | $l_9$    | $\neg w_4$ | true     | $w_4$   | $r_9 =$                                                                                                                                                                      | <table><tr><th></th><th><math>l_{16}</math></th><th><math>l_{17}</math></th></tr><tr><td><math>l_5</math></td><td><math>\neg w_6</math></td><td><math>w_6</math></td></tr></table> |         | $l_{16}$                                                                                                                                                                                                                                                                       | $l_{17}$ | $l_5$      | $\neg w_6$ | $w_6$   | $r_{12} =$                                                                                                      | <table><tr><th></th><th><math>l_{22}</math></th><th><math>l_{23}</math></th></tr><tr><td><math>l_{13}</math></td><td><math>\neg w_8</math></td><td><math>w_8</math></td></tr></table> |          | $l_{22}$ | $l_{23}$   | $l_{13}$   | $\neg w_8$                                                                                                                                                                            | $w_8$ |          |          |          |            |       |
|          | $l_5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $l_6$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_3$    | $\neg w_2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $w_2$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
|          | $l_{10}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $l_{11}$   | $l_{12}$ |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_9$    | $\neg w_4$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | true       | $w_4$    |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
|          | $l_{16}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $l_{17}$   |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_5$    | $\neg w_6$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $w_6$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
|          | $l_{22}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $l_{23}$   |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |
| $l_{13}$ | $\neg w_8$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $w_8$      |          |       |       |            |       |          |                                                                                                                                                                                                                                                                    |       |          |            |          |          |            |          |         |                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |         |                                                                                                                                                                                                                                                                                |          |            |            |         |                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                       |          |          |            |            |                                                                                                                                                                                       |       |          |          |          |            |       |

Капацитетът на всички дъги е равен на единица. Капацитетът на всички позиции, е равен на единица, с изключение на  $l_{11}$ , чийто капацитет е равен на  $n$ . Приоритети на позициите и преходите не са нужни.

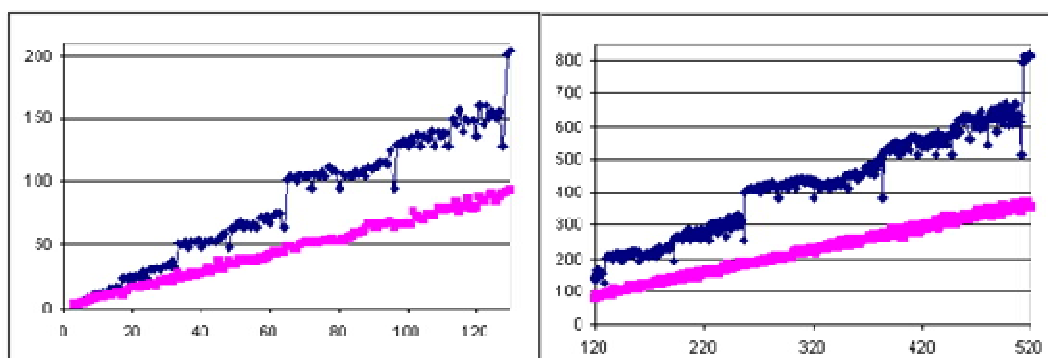
Изменената дисциплина на проверки за заявка е въведена по описания по-горе начин, за да се подобри резултатът от действието на алгоритъма при не-пълна трафична матрица  $T$  ( $n^2$  заявки).

## 2.5 Изследване на Пропускателната способност (ПС) за двете първи модификации при най-прост модел входящ трафик

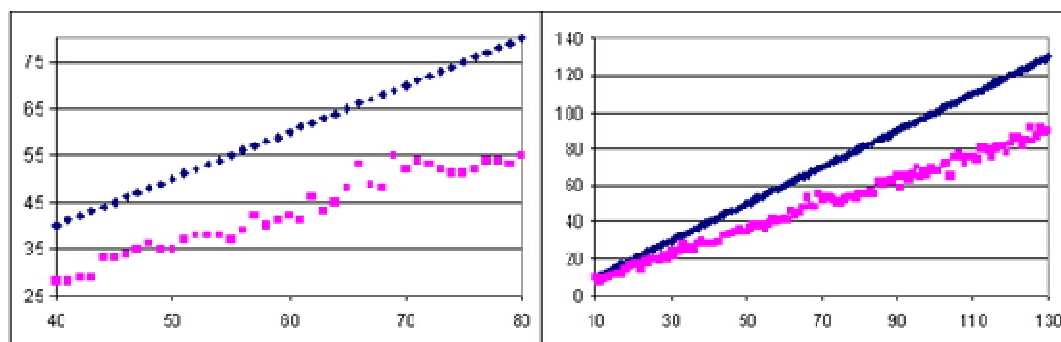
Изследването показва, че за случая на напълно-запълнена със заявки трафична матрица  $T$  при първата модификация на алгоритъма „Вълнов Фронт“ нейните последен ред и колона се обработват със забавяне. Влошаването на резултата – по-голям брой матрици  $R$  с разрешени безконфликтни връзки – се проявява при размерности  $n$  на трафичната матрица, различни от  $2k$  и  $2k-1$  ( $n \in 2^k, 2^{k-1} \ k \in \mathbb{N} (k=1,2,3,...)$ ). Докато модификацията на алгоритъм „Наблюдение“ решава оптимално задачата при максималното натоварване със заявки за всяка размерност. При 50-процентно запълване на трафичната матрица със заявки обаче двата алгоритъма са приблизително равноценни – ПС е доста влошена. Ще отбележим, че 50-процентното запълване е получено чрез използването на вградения в пакета Vfort генератор на случайни числа.

Това в общия случай води до това, че конфликтните ситуации не са точно наполовина от пълна матрица матрица на заявките (49-51%).

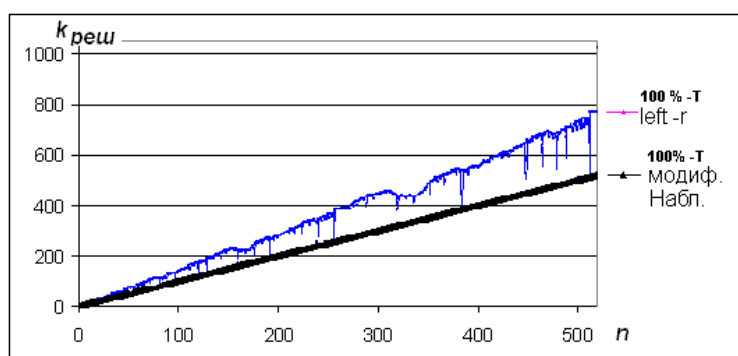
Числените резултати първата модификация на алгоритъма „Вълнов Фронт” са показани на фигура II.6, а за настоящия алгоритъм – на фигура II.7. Горната графична линия е за пълна матрица на заявките, а долната – за 50-процентна. По абсцисата е размерността на  $T$ , а по ординатата – броя на изчислените матрици  $R$  в разписанието



Фиг. II.6 Числени резултати за ПС на алгоритъма left-right



Фиг. II.7 Числени резултати за ПС на модифицирано „Наблюдение”



Фиг. II.8 Сравнени резултати за двата алгоритъма при пълна матрица  $T$ .

Видно е от фигура II.8, че модифицирано „Наблюдение”-алгоритъм дава оптималния брой матрици  $R$ , които да формират безконфликтното разписание в случая

на максимално количество заявки (най-тежкия режим), при всяка размерност на трафичната матрица.

Задача за по-нататъшно изследване е поведението на алгоритмите при слабо-запълнена и почти-запълнена трафична матрица. Също така е добре да се сравнявят алгоритмите по критерий време за пресмятане на безконфликтното разписание. Тогава ще може да се потвърди предимството на съответния алгоритъм. Но за разгледаните дотук алгоритми не можем да очакваме особено добри резултати. Тъй като те са достатъчно детерминирани. В следващата глава ще разгледаме алгоритми с по-„интелигентни” дисциплини на избор на заявки за безконфликтно решение.

## 2.6 Изводи

С използване на формалния апарат на Обобщените мрежи (ОМ) е построен модел на алгоритъма „Вълнов Фронт”. Анализът на модела сочи появяване на приоритетност при обслужването на заяките за комутация от различни входове. Това не е желано свойство. Алгоритъмът „Наблюдение” има същия проблем. ПС на разгледаните алгоритми също не е достатъчно ефективна. Модификациите на разгледаните алгоритми не дават значими подобрения за ПС. Но са добра база за натрупване на опит за синтез на ОМ модели в интересувашата ни област, който да приложим към по-сложни алгоритми.

С използване на ОМ-модела следва да бъде извършена компютърна симулация на пропускателната способност, при което да се определя едновременно и времевата сложност на изпълнение на алгоритъма. Това ще разшири базата за сравнение на различни алгоритми за безконфликтно разписание и оценката на възможностите за модификации.

В резултат на това са направени следните заключения:

1. Показано е, че Обобщените мрежи (ОМ) могат да се използват за моделиране на поставените задачи, защото те имат способността да моделират както структурата на изследвания обект, така и динамиката на процесите в него.
2. За спецификация на алгоритми за безконфликтно разписание е нужна само част от формалните параметри на апарата на ОМ.
3. Специфицираните алгоритми, като представители на интуитивно-очевиден подход, не притежават добра пропускателна способност.

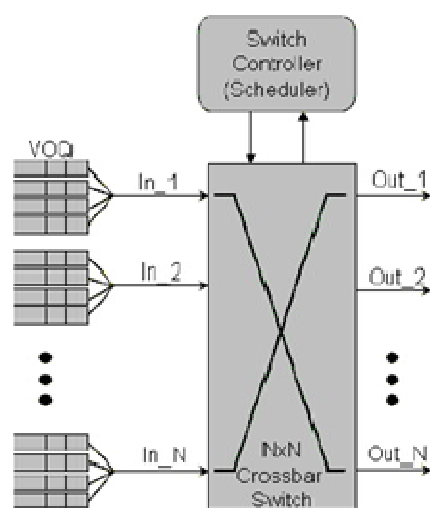


Съдържанието на тази глава е отразено в публикация:

Ташев, Т. Обобщено-мрежов модел на алгоритъма "вълнов фронт" за пакетен комутатор с матричен превключвател. Сборник доклади от Годишна Университетска Научна Конференция 2022, Велико Търново, България, 2022, том 6, Издателски комплекс на НВУ „Васил Левски”, 2022, ISSN:1314-1937, с. 217-225

## Глава 3 Обобщено-мрежови модели и компютърната симулация на пропускната способност на алгоритми за безконфликтно разписание

В тази работа апаратът ОМ се използва за синтезиране на модел на добре известния РІМ алгоритъм (Parallel Iterative Matching) [8], в който паралелните процеси са изрично посочени по време на предаване в комутатор на пакети. Той също така използва нов подход за буфериране на входно натоварване - виртуални изходни опашки (VOQ). Този алгоритъм послужи като основа за всички алгоритми за получаване на комутационен график с явен паралелизъм. Получаването на ОМ-модел води до възможност за анализ на характеристиките на алгоритъма.



Фигура III.1. Общ модел за NxN матричен комутатор с VOQs и Scheduler

### 3.1 Обобщено-мрежови модели на 4 типови вида входящ трафик. Семейства шаблони за входящ трафик статичен модел с натрупване по вход).

Алгоритъмът РІМ изчислява поредица от матрици без конфликт  $Q_k$ , всяка от които преминава през три фази: 1 - Заявка, 2 -Предоставяне, 3 - Приемане.

1. Всеки вход изпраща Заявка към всеки изход, за който има пакет за предаване.
2. Всеки изход произволно избира една от получените заявки и докладва (Предоставяне) за това на съответния вход.
3. Всеки вход, получил грантове, избира на случаен принцип само един от тях. Този пакет ще бъде изпратен за прехвърляне (Приемане)

Първото изпълнение на трите етапа генерира първата матрица  $Q_1$  на безконфликтния трафик. Останалите неудовлетворени заявки се подават за второ

изпълнение. Триетапното изпълнение продължава, докато всички заявки на матрицата  $T$  получат превключващо присвояване. След това се формира желаната поредица от матрици  $Q_k$ , а  $k$  вече е дефинирано. Сумата от  $Q_k$  трябва да е равна на  $T$ .

Входовете се изпълняват паралелно на първата фаза. Изходите изпълняват паралелно втората фаза. Входовете работят паралелно и в третата фаза. Този паралелизъм е пряка покана за използване на ОМ апарата.

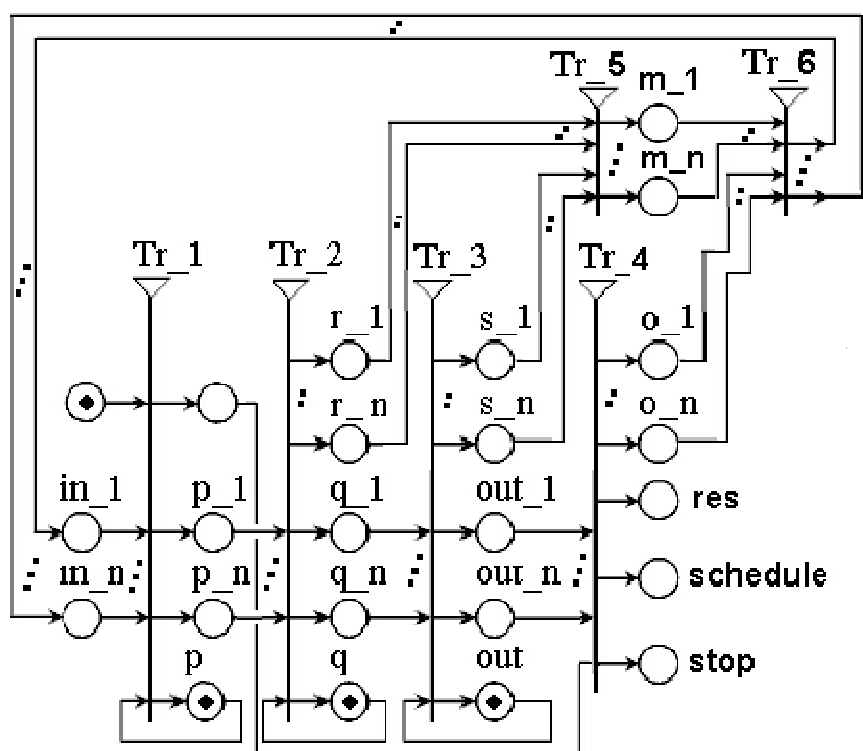
### 3.1.1 Изграждане на обобщено-мрежови модел на алгоритъма

Формално алгоритъмът се определя с помощта на апарата на обобщените мрежи. Основните елементи на ОМ са

- преходи - моделиращи действия и
- позиции - моделиращи състояния.

Позициите съдържат ядра, които преминават през преходи според логически условия. Ядрата имат необходимите характеристики, които могат да се променят при преминаване през преходи. Необходимата теория и техника са описани в [7].

Всеки обобщен мрежов модел има графично представяне. Фигура III.2 показва графично представяне на ОМ-модела, който изградихме.



Фигура III. 2 ОМ модел за PIM алгоритъма

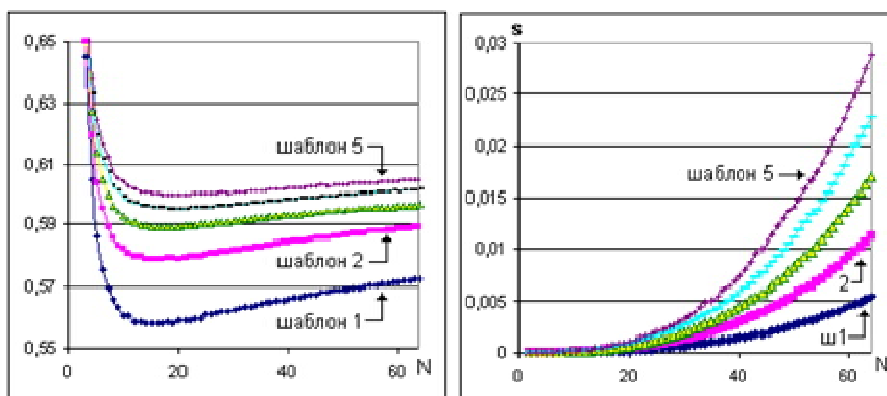
Всяко ядро в  $in_1, \dots, in_n$  моделира един VOQ и има характеристиката  $\langle i, j, r \rangle$ . Виртуалните изходни опашки по време на изпълнение на OM се поддържат от преходи  $z_5, z_6$  и позиции  $r_1, \dots, r_n, s_1, \dots, s_n, m_1, \dots, m_n, o_1, \dots, o_n$ .

### 3.1.2 Резултати от изчислителни експерименти

Моделът за изчисляване на матриците  $Q_k$  под формата на обобщена мрежа (OM) е изграден по метода [9]. За програмиране използвахме софтуерния пакет Vfort, предоставен от Московския институт по математическо моделиране на Руската академия на науките за бесплатно ползване [10]. За изчислителни експерименти беше използван IBM съвместим компютър Pentium IV с тактова честота 3000 MHz и 2 GB RAM. Ограничението за експериментите беше времето за изпълнение на програмния код.

Входните данни за алгоритъма са матрицата на входящите заявки за превключване - матрица  $T$ . С размерност  $N \times N$  ( $N=3, 4, \dots, \infty$ ), всеки от нейните елементи приема стойност според избрания шаблон за входящ трафик.

На фиг. III.3 и III.4 показват резултатите от алгоритъма. Хоризонталната координатна ос показва размерността  $N$  на входната матрица  $T$  (от 3 до 64). Лявата вертикална ос на фиг. III.3 показва броя  $k$  на изходните матрици  $Q_i$ , намален до пропускателната способност на комутатора - взета за 1. Лявата вертикална ос на фиг. III.4 показва времето за изчисляване на графика (в секунди). Кривите съответстват на резултатите, получени с различни модели на трафик. Модел 1 е матрицата за идентичност  $T$ . Модел 2 е матрицата за идентичност, умножена по скалара 2. Модел 5 е матрицата за идентичност, умножена по 5.



Фигура III.3. Ширина на честотната лента. Фигура III.4. Време за изчисление

Времето за изчисление има линейна зависимост от товара и е пропорционално на куб от  $n$ . Като се има предвид, че компютърната симулация е извършена на еднопроцесорен персонален компютър и не е измерена времевата скала на циклите ОМ, а времето на процесора, тогава сложността на времето трябва да бъде намалена със степени на  $n$ . Тоест времето за изпълнение на РИМ алгоритъма зависи до втора степен от размерността на превключвателя, което съвпада с теорията.

За алгоритъма РИМ теоретичната граница на пропускателна способност за равномерен трафик е  $\sim 63,2\%$  (точно  $= 1-1/e$ ). При  $N=256$  шаблон 5 на модела достига  $61,4\%$  (време 1,69 сек.). Пропускателната способност клони монотонно към тази граница и колкото "по-тежък" е шаблонът, толкова по-бърз. Виртуалните изходни опашки са моделирани адекватно.

### 3.1.3 Шаблиони за равномерно разпределен трафик

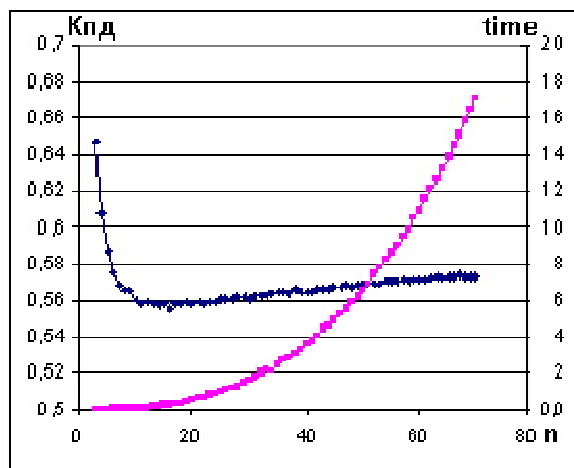
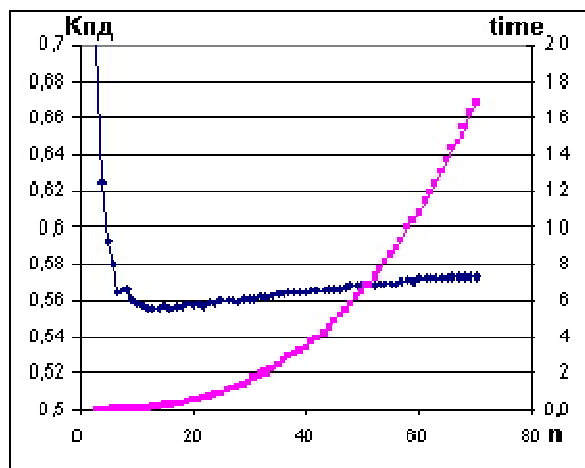
В изследванията за Кпд на моделираните от нас алгоритми за безконфликтно разписване използвахме шаблон за "прост" балансиран входящ трафик [8]. Видът му е показан на фиг. III.5. Поради споменатите по-горе проблеми, за изясняване на коректността на сравняване с резултати на други алгоритми, синтезирахме с апарата на Обобщения мрежов модел на добре известния РИМ-алгоритъм [9]. След което извършихме компютърно симулиране на неговото Кпд с използвания от нас шаблон за прост балансиран входящ трафик. Тъй като скоростта на сходимост към известния теоретичен Кпд (при увеличаване на размерността на матричния превключвател трябва да достигне  $62,3\%$ ) "изоставаше" с  $5\%$ , решихме да извършим симулация с шаблон за "тежък" балансиран входящ трафик. Неговият вид е показан на фиг. III.6. Неговата скорост на сходимост се оказва много добра. Но цената се оказва увеличаване  $n$  пъти (където  $n$  е размерността на матричния превключвател) времето за симулация [10].

|          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|          |          |          |          | 1        | $2n-1$   | $2n-3$   | ...      | 3        |
|          |          |          |          | 3        | 1        | $2n-1$   | ...      | 5        |
|          |          |          |          | 5        | 3        | 1        | ...      | $\vdots$ |
|          |          |          |          | $\vdots$ | 5        | 3        | ...      | $\vdots$ |
|          |          |          |          | $\vdots$ | $\vdots$ | 5        | $\vdots$ | $2n-3$   |
|          |          |          |          | $2n-3$   | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $2n-1$   |
|          |          |          |          | $2n-1$   | $2n-3$   | $\vdots$ | ...      | 1        |
| 1        | 1        | ...      | 1        |          |          |          |          |          |
| 1        | 1        | ...      | 1        |          |          |          |          |          |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |          |          |          |          |          |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |          |          |          |          |          |
| 1        | 1        | ...      | 1        |          |          |          |          |          |

Фиг. III.5 “Прост” шаблон

Фиг. III.6 “Тежък” шаблон

От извършените симулации следва, че за “бърза” оценка на КПД на нови алгоритми “Прост” шаблон е задоволителен – фиг. III.7. Но за оценка на съществуването на регион на нестабилност той не е подходящ [5].



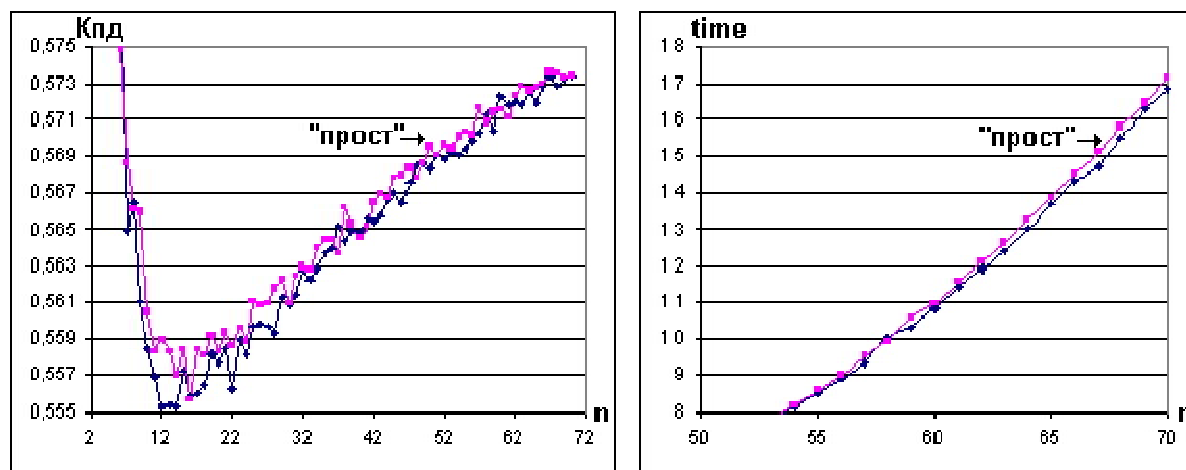
Фиг. III.7 Симулация “Прост” шаблон

Фиг. III.8 Симулация “1-0” шаблон

Поставя се въпросът : можем ли да конструираме шаблон със свойства близки до тези на “Прост” (бърза симулация с приемлива сходимост), и способен да “открива” регион на нестабилност в работата на алгоритъма.

Като използваме информацията, че достатъчно условие за “задействането” на регион на нестабилност е главния диагонал в трафичната матрица да е с нулеви стойности (за uniform трафик [5]), стигаме до извода, че “Прост” шаблон с “нулев” главен диагонал е търсеното решение. Такъв шаблон ще обозначаваме като “1-0”.

Резултатите от симулацията са показани на фиг. III.8. По абсцисата са стойностите на размерността на матричния превключвател – от 3x3 до 70x70. По лявата ордината са отчетените стойности за КПД, а по дясната – времето за изчисляване на безконфликтно разписание (в ms). За по-голяма прегледност на фиг. III.9 са показани резултатите от работата на “Прост” шаблон и шаблон “1-0” по КПД, а на фиг. III.10 – по време.



фиг. III.9 работата на “Прост” шаблон и шаблон “1-0” по КПД фиг. III.8 – по време.

Видно е, че разликите по време са пренебрежими. Разликите по КПД също могат да се пренебрегнат, като се отчете, че новите алгоритми трябва да работят при размерности по-големи от  $64 \times 64$ .

Шаблонът “1-0” се очертава като достоен кандидат за бързо откриване на регион на нестабилност в работата на алгоритмите за изчисляване на безконфликтно разписване в комуникационни възли с матричен превключвател.

За пълнота на доказателството на очакваните качества на шаблона следва той да бъде използван при симулирането на алгоритъм с доказан регион на нестабилност. Като такъв е добре да се използва достатъчно изследван алгоритъм – например iSLIP.

### 3.2 Обобщено-мрежови модел на компютърната симулация на КПД на Алгоритми (ядро на PIM-алгоритъм, разширен модел)

Това изследване представя резултатите от компютърна симулация на обобщения мрежов модел на известния PIM-алгоритъм (Parallel Iterative Matching) [1, 12]. В алгоритъма на PIM паралелните процеси са изрично посочени по време на работата на комутатора на пакети. Изграждането на нейния ОС модел води до получаване на характеристиките на алгоритъма посредством ОС. Резултатите от неговата компютърна симулация позволяват да се оценят възможностите на апарата на ОС за моделиране и анализ на съвременните алгоритми, използвани в комутаторите.

#### 3.2.1 Описание PIM-алгоритма

Приема се, че превключвателят има  $n$  входа и  $n$  изхода. Получените приложения за предаване на пакети чрез комутиране на  $n \times n$  линии на комутатора се представят с помощта на  $n \times n$  матрица  $T$ , наречена матрица на трафика. Всеки елемент  $t_{ij}$  ( $t_{ij} \in$

$[0,1,2,\dots]$  ) от матрицата на трафика  $T$  представлява заявка за предаване на пакети от входа  $input\_i$  към изхода  $output\_j$ . Например, когато стойността на елемента  $t_{ij}=2$ , имаме два пакета за предаване от  $i$ -тата входна линия към  $j$ -тата изходна линия на комутатора.

Когато сумата от елементи в който и да е ред/колона на матрицата на трафика има стойност, по-голяма от единица, се създава конфликтна ситуация. Изчисляването на график без конфликти ще се осъществи при получаване на редица матрици  $Q_k$  (размери  $n \times n$ , където  $k=1,2, \dots$ ), които не съдържат конфликтни ситуации.

Изпълнението на РІМ алгоритъма за получаване на безконфликтно разписание съдържа три етапа – 1: Заявка, 2: Предоставяне, 3: Приемане [12]. Всеки ред от матрицата  $T$  представлява заявки за превключване от съответния входен ред (накратко вход).

1. Всеки вход изпраща заявка към всеки изход, за който има пакети за изпращане.

2. Всеки изход произволно избира само една от получените заявки и докладва (Grant) за това на съответния вход.

3. Всеки вход, получил грантове, избира на случаен принцип само един от тях. Пакетът, съответстващ на това разрешение, ще бъде изпратен за превключване (Приеми).

Първото изпълнение на трите етапа генерира първата матрица  $Q_1$  на безконфликтния график. Останалите неудовлетворени заявки се подават за второ изпълнение. Формира се втората матрица -  $Q_2$ . Триетапното изпълнение продължава, докато всички заявки на матрицата  $T$  получат превключващо присвояване. Тогава се формира желаната поредица от матрици  $Q_k$ , като  $k$  вече е определено. Всяка матрица  $Q_i$  във всеки ред или колона има най-много едно 1. Сумата от  $Q_k$  трябва да е равна на  $T$ .

Входовете се изпълняват паралелно на първия етап. Изходите изпълняват паралелно втория етап. Входовете работят паралелно и на третото стъпало.

Този паралелизъм е нашата основа за прилагането на ОМ.

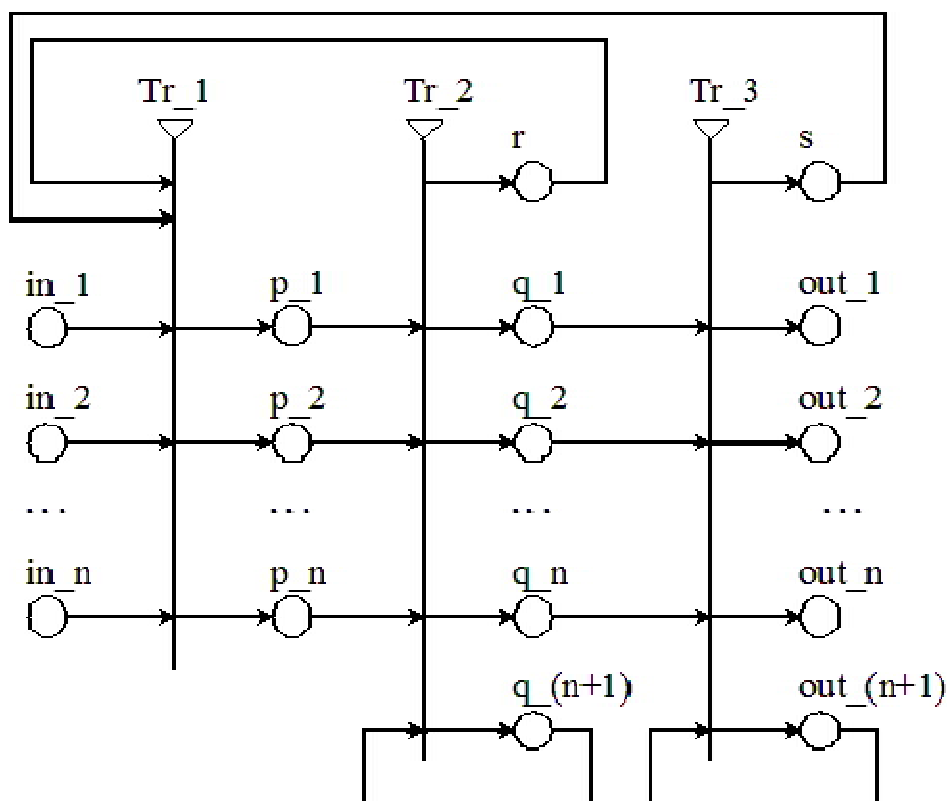
### 3.2.2 Изграждане на обобщено- мрежови модел на алгоритъма

Формално алгоритъмът се определя с помощта на апарата на обобщените мрежи. Основните елементи на ОМ са преходи - моделиращи действия и позиции -



моделиращи състояния. Позициите съдържат ядра, които преминават през преходи според логически условия. Ядрата имат необходимите характеристики, които могат да се променят при преминаване през преходи. Необходимата теория и техника са описани в [7].

Всеки обобщен мрежов модел има графично представяне. **Фигура 1** показва графично представяне на ОМ модела, който сме изградили.



**Фигура 1** Графична форма на ОМ-модел на PIM-алгоритъм

Позиции  $in_1, in_2, \dots, in_n$  симулират входовете на превключвателя. В първоначалното състояние те съдържат ядрата, представляващи приложенията на матрицата на трафика.

Тоест ядрата на първа позиция представляват приложения от първия ред на матрицата на трафика и т.н.

Преходът  $Tr_1$  симулира първия етап от алгоритъма - прехвърлянето на заявки през изходите на комутатора - за който са предназначени симулираните пакети. Всяко ядро, пристигнало на позиция  $p_i$  ( $i=1, \dots, n$ ), получава последващата характеристика

$chlast = br(\{p_i\}) + 1$ , където  $br(A)$  е общият брой ядра в набора от позиции  $A$ . От числата  $1, \dots, chlast$  на втория етап произволно се избира една стойност..

Преходът  $Tr\_2$  симулира втория етап - произволен (еквивероятен) избор на една поръчка за всеки изход (ако има поръчки за съответния изход). Преходът  $Tr\_3$  симулира третия етап - произволен (еквивероятен) избор на една поръчка за всеки от входовете (ако има заявки за съответния вход).

Позициите  $q_{(n+1)}$  и  $out_{(n+1)}$  са необходими за синхронизиране на изпълнението съответно на втория и третия етап на алгоритъма. Преди началото на функционирането на Обобщената мрежа всяка от тези позиции съдържа по едно ядро със съответната начална характеристика.

Пълно формално описание на модела на OS, който сме конструирали, е дадено в [13]. Тук отбелязваме, че след първата итерация изходните позиции  $out\_1, out\_2, \dots, out\_n$  ще съдържат ядра, които формират първата безконфликтна матрица на необходимия график -  $Q1$ . Позиции  $r$  и  $s$  ще съдържат всички „необработени“ приложения, които ще бъдат входните данни за втората итерация. След втората итерация изчислението продължава, докато всички ядра бъдат „обработени“.

Анализът на OM модела потвърждава получаването на график без конфликти. Използвайки характерните функции на ядрата, в модела, възможността за получаване на стойности за пропускателната способност, броя на хоповете на превключващата матрица, средния брой пакети, предавани през един комутатор. Компютърната симулация трябва да отговори на въпроси относно количествените характеристики на изчисления график.

### 3.2.3 Изчислителни експерименти

В изчислителните експерименти беше използван IBM съвместим Pentium IV компютър с тактова честота 3000 MHz и 2 GB RAM. Практическо ограничение за експериментите беше времето за изпълнение на програмния код. Компютърната симулация на OM модела се извършва от програма, написана от втория съавтор в VisualStudio на Microsoft.

Входните данни за алгоритъма са матрицата на входящите заявки за превключване (трафик матрица  $T$ ). Изчислителните разходи на решението се оказват зависими до втора степен от размерността  $n$  на матрицата  $T$ . Програмата предава всяка избрана матрица  $T$  с размери от  $3 \times 3$  до  $128 \times 128$  106 пъти. За размери от  $129 \times 129$  до  $256 \times 256$  пропуските трябваше да бъдат намалени до 105 поради увеличаването на

времето за изчисление. Такъв брой преминавания даде точността на числените стойности на решението не по-малко от три значими цифри - преминаването на същите размери с 106 и 105 пъти показва разликата в решенията с четирикратна значима цифра.

Най-интересното се оказва как да изберем тестови стойности за  $T$ . За отправна точка вземем техниката, използвана в [4]. За равномерен трафик с „пълно натоварване“ (например всеки елемент от матрицата  $T$  има стойност  $t_{ij}=n-1$ ) е добре оптималното решение да е известно (например:  $k=n$  превключва с предаване на  $(n-1)$  пакети за всеки изход между превключваща матрица). И можем да сравним полученото решение с оптималното. Броят на превключванията на матрицата на превключване, например за  $n=4$  :  $k=19.07$  (средно за 106 преминавания).  $k_{opt}=3+3+3+3=12$ .

За единния трафик на „основния диагонал  $T$ “ искахме да имаме известен  $k_{opt}$ . Следователно матрицата  $T$  е конструирана по следния начин: във всеки ред/колона натоварването (сума от елементи) =  $(n-1).n$ .

$$\begin{array}{cccc} t_{11} = 2(n-1) & t_{12} = 0 & \dots & t_{1(n-1)} = 2(n-3) & t_{1n} = 2(n-2) \\ t_{21} = 2(n-2) & t_{22} = 2(n-1) & \dots & t_{2(n-1)} = 2(n-4) & t_{2n} = 2(n-3) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{(n-1)1} = 2(n-(n-1)) & t_{(n-1)2} = 2(n-(n-2)) & \dots & t_{(n-1)(n-1)} = 2(n-1) & t_{(n-1)n} = 0 \\ t_{n1} = 2(n-(n)) = 0 & t_{n2} = 2(n-(n-1)) & \dots & t_{n(n-1)} = 2(n-2) & t_{nn} = 2(n-1) \end{array}$$

Броят на превключванията на комутационната матрица при  $n=4$ :  $k=18.08$  (средно за 106 преминавания). И оптималното решение е  $k_{opt}=6+4+2=12$ .

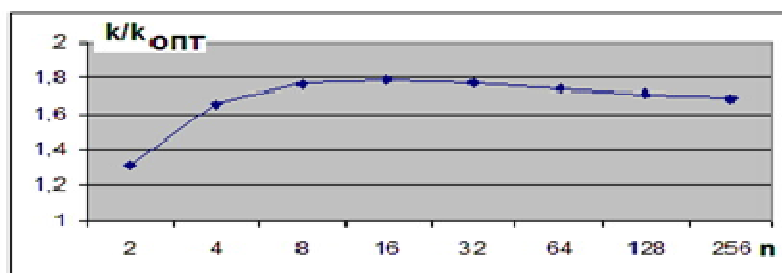
Тествахме и "междинния случай" - "лентовата матрица", в която половината от елементите имаха стойност нула. Броят на превключванията на превключващата матрица в този случай, при  $n=4$ , например:  $k=16.24$  (средно за 106 преминавания).

Съответно граничният случай - "притиснат към главния диагонал - безконфликтен" трафик - се получава по "естествен" начин - за трафик матрицата  $T$  елементи  $t_{ij}=(n-1).n$  за  $i=j$  и  $t_{ij}=0$  за  $i \neq j$ . Броят на превключванията на матрицата на превключване в този случай ( $n=4$ ):  $k=12$  (106 преминавания). Оптимално решение  $k_{opt}=12$ . Това е граничният случай - трафик без конфликти. Моделът отговори правилно.

Подобни резултати за всички изследвани измерения на равномерен трафик - при "пълно натоварване" РІМ-алгоритъмът дава най-лошото число  $k$ , подобрявайки резултата при "доближаване" до безконфликтния трафик.

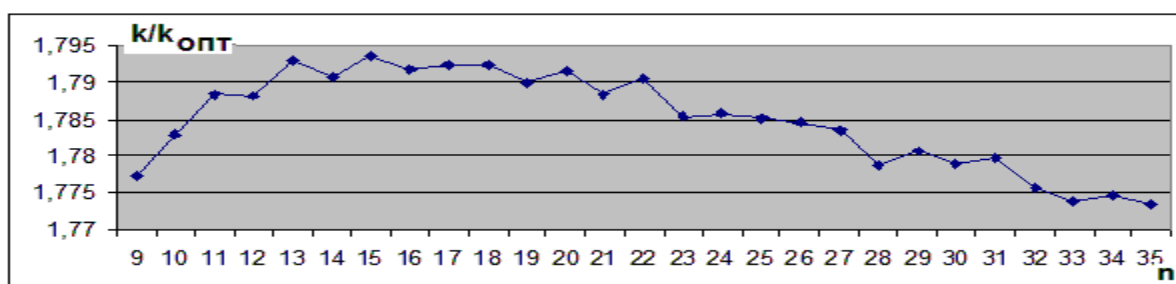
Компютърни симулации показаха, че най-лошият резултат от работата на алгоритъма - така да се каже "краен случай" - може да бъде оценен в случай на "просто пълно натоварване". Това е, когато всички  $t_{ij}=1$ . Това беше малко изненада за нас. Използвахме този режим в компютърна симулация на централизирано изчисляване на график без конфликти [11], но не очаквахме, че за паралелен алгоритъм като РІМ това ще бъде най-натовареният режим на равномерен трафик.

Фигура 2 показва резултатите от числената симулация на РІМ в режим „просто пълно натоварване“. Припомнете си, че теоретичната граница е  $1/(1-1/e)=e/(e-1)\approx 1,58$  [3]



Фигура Решения на РІМ-алгоритъм за трафик  $t_{ij}=1$  до размерност  $n=256$ .

Абсцисата показва размерите на матрицата на трафика. Стойностите на  $k/k_{opt}$  се намират по ординатата. Резултатът е показан по-подробно за размери  $9 \times 9$  до  $35 \times 35$  на фиг.

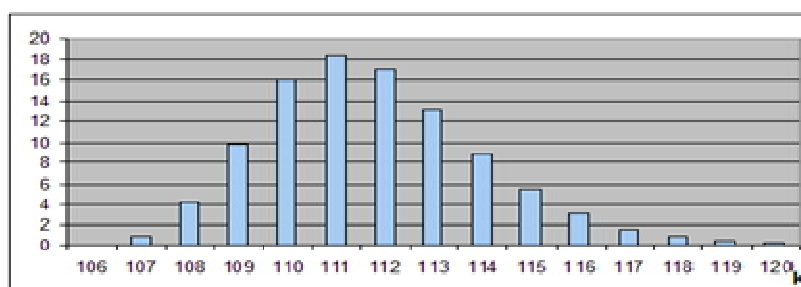


Фигура Решения на РІМ-алгоритъм за трафик  $t_{ij}=1$  за интервал  $n=9 \div 35$ .

С увеличаване на размерността на матрицата на трафика, резултатите от компютърната симулация клонят към известната теоретично изчислена граница от 1,58. Това показва адекватността на модела.

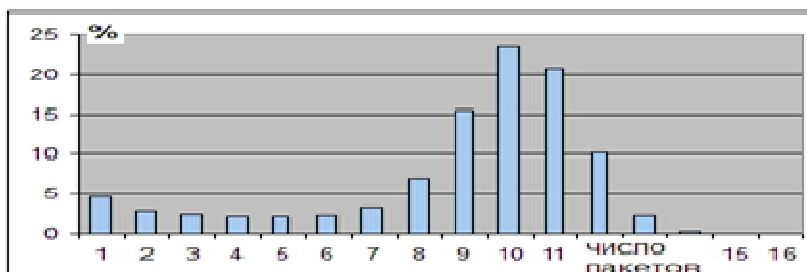
Параметрите, вградени в модела, позволяват да се получат стойности не само за използване на честотната лента на изходните канали (което се отразява в съотношението  $k/k_{opt}$ ). Лесно е да се получат стойностите на вероятностното

разпределение на стойностите  $k$  (което е равно на броя на превключвателите на превключващата матрица). **Фигура 4** показва разпределението на  $k$  за размерността  $T$ , равна на 64 и 106 преминавания на алгоритъма за режим „просто пълно натоварване“. Средната стойност е  $k=111.8$ , което съответства на  $k/k_{opt}=1.746$ . Ординатата е процентът на броя на преминаванията, взет за единица. Може да се види, че средната стойност на  $k$  корелира с максимума на разпределението. Това се получава за всички изследвани размери за  $n$ . Може да се твърди, че е достатъчно да се получи средната стойност на  $k$ , за да се оцени решението.



Фигура 4. Разпределение на решение  $k$  за трафик  $t_{ij}=1$  с  $n=64$  (%-s).

Ние също така изследвахме разпределението на броя на предадените пакети за цикъл на превключване. Фигура 5 показва разпределението за размерността  $T$  равна на 16 и 106 преминавания на алгоритъма (за режим „просто пълно натоварване“).



Разпределение на пакетите за цикъл за  $t_{ij}=1$  с  $n=16$  (%-s).

Както се очаква, с „лошо“  $k$  не може да се получи добро разпределение дори за един тактов цикъл. Вероятността за максимално използване на честотната лента на изходните канали е много малка (вероятност за предаване на 16 пакета на цикъл). Достатъчно висока вероятност за предаване на малък брой пакети е просто следствие от неоптималността на изчисленото решение. Максимумът на графиката корелира с  $k$  стойността на разтвора.

За неравномерен трафик матрицата  $T$  е конструирана, както следва

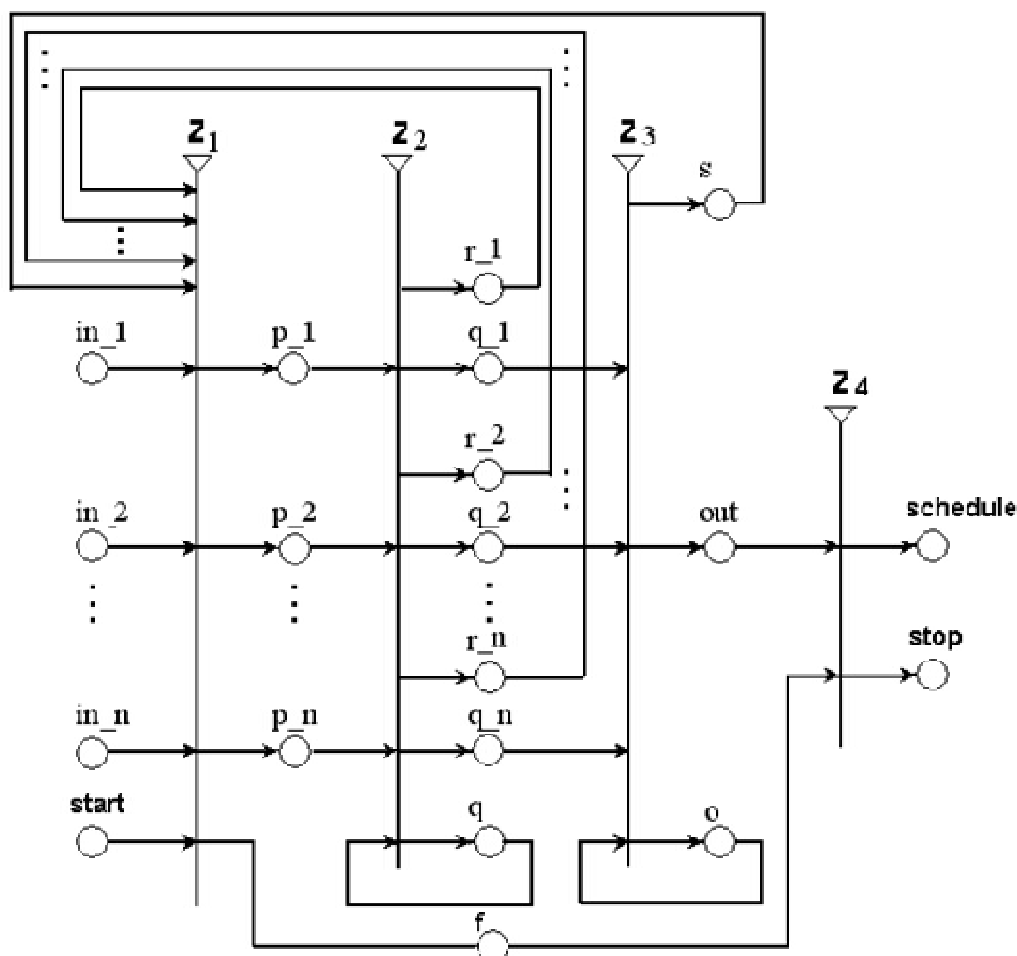
$$\begin{array}{ccccccc}
 t_{11} = 0 & & t_{12} = 1 & \dots & t_{1(n-1)} = (n-2) & & t_{1n} = (n-1) \\
 t_{21} = 1 & & t_{22} = 2 & \dots & t_{2(n-1)} = (n-1) & & t_{2n} = n \\
 \dots & & \dots & \dots & \dots & & \dots \\
 t_{(n-1)1} = (n-2) & & t_{(n-1)2} = (n-1) & \dots & t_{(n-1)(n-1)} = 2(n-1) & & t_{(n-1)n} = 2(n-2) \\
 t_{n1} = (n-1) & & t_{n2} = n & \dots & t_{nn} = 2(n-2) & & t_{nn} = 2(n-1)
 \end{array}$$

Броят на превключванията на матрицата на превключване при  $n=4$  :  $k=23,43$  (средно за 106 преминавания). Условният оптимум е 18.

Различни опции за „натискане“ на матрицата на трафика варираха с отклонение към намаляване на стойностите към долния десен елемент. Получаването на характеристиките на решението не създава проблеми, възникват трудности, когато е необходимо да се сравнят с оптималните стойности - което обикновено е трудно. За числените стойности, с които работихме, може да се каже като цяло, че в сравнение с униформения трафик, представянето беше малко по-добро. Но са необходими повече изследвания за точност.

.....

ОМ-модел на PIM-алгоритъм



Графична форма на ОМ-модел на PIM-алгоритъм

Токенът на място има първоначална характеристика:

$$ch_0 = 0.$$

В началото на функционирането на GN токените на места  $in_1, in_2, \dots, in_n$  се разпределят по първа проекция на първоначалните му характеристики – на място  $in_1$  са токени, представляващи пакети, получени на първи вход, на място  $in_2$  са токени, представляващи пакети, получени на втори вход и т.н. Това съответства на виртуални изходни опашки (VOQ) на алгоритъма (който представлява матрицата на трафика  $T$ ), от която той започва своята работа [5].

Преходът  $Tr_1$  моделира заявки според изходите на комутационния възел, към който са насочени моделираните пакети – първа фаза. В резултат на трансмутация чрез преход  $Tr_1$  токените се разпределят на места  $p_1, p_2, \dots, p_n$  според втората проекция на първоначалните му характеристики – на място  $p_1$  се представят всички заявки за пакети, предложени за първия изход и т.н.

Всеки токен, получен вместо  $p_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ), става със следните характеристики:

$$ch_{last} = br(\{p_i\}) + 1,$$

където  $br(A)$  е общ брой (сума) на токените в множеството от места  $A$ . По този начин се формира необходимото номериране на токени в  $p_i$ .

Преход  $Tr_2$  моделира избор на четни възможности за всеки един от изходите (ако има заявки за съответни изходи) - фаза 2. Реализацията е чрез предаване на един токен от всяко едно място  $p_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) до един от местата  $q_1, q_2, \dots, q_n$  (според входа и в случай, че  $p_i$  не е празно).

За начало на фаза две се въвежда място  $q$  и в началния момент  $n$  на това място има една лексема с начална характеристика:

$$ch_0^q = \langle pr_1 ch_0^q, pr_2 ch_0^q, \dots, pr_n ch_0^q, pr_{n+1} ch_0^q \rangle,$$

където

$$pr_i ch_0^q = 0 \ (i=1, \dots, n); \ pr_{n+1} ch_0^q = -1.$$

По време на трансмутация през  $Tr_2$  токенът, циркулиращ в  $q$ , получава характеристика:

$$ch_{last}^q = \langle pr_1 ch_{last}^q, pr_2 ch_{last}^q, \dots, pr_n ch_{last}^q, pr_{n+1} ch_{last}^q \rangle$$

където :

$$pr_i ch_{last}^q = random(br(\{p_i\})) \ (i=1, \dots, n)$$

$$pr_{n+1} ch_{last}^q = t_{cur};$$

$random(k)$  е функция, дефинирана в  $\{0, 1, 2, \dots\}$  и връща като резултат произволно цяло число от 1 до  $k$ , ако аргументът е по-голям от нула и нула, ако аргументът е нула;

$t_{cur}$  е текущото време за моделиране.

Всеки токен, получен на места  $q_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ), получава следната характеристика:

$$ch_{last} = br(\{q_i\}) + 1,$$

и по този начин необходимото номериране на токени в  $q_i$  се затвърждава.

Аналогичен преход  $Tr_3$  моделира избор на дори възможности за една заявка за всеки един от входовете сред вече избраните (ако има заявка за съответните входове) – фаза 3. Реализацията е трансмутацията на един единствен токен от всяко едно от местата  $q_i$  за поставяне (в случай че  $q_i$  не е празно).

За инициране на началото на фаза 3 се въвежда място  $o$ ; в първия момент на функциониране на ОМ в него има една лексема с първоначална характеристика:



$$ch_0^0 = \langle pr_1 ch_0^0, pr_2 ch_0^0, \dots, pr_n ch_0^0, pr_{n+1} ch_0^0 \rangle,$$

където

$$при ch_0^0 = 0 (i=1, 2, \dots, n) ; pr_{n+1} ch_0^0 = -1 .$$

По време на трансмутация чрез Tr\_3 токeнът, циркулиращ в o, получава характеристика:

$$ch_{last}^0 = \langle pr_1 ch_{last}^0, pr_2 ch_{last}^0, \dots, pr_n ch_{last}^0, pr_{n+1} ch_{last}^0 \rangle,$$

където

$$pr_i ch_{last}^0 = random(br(\{q_i\})) (i=1, \dots, n)$$

$$pr_{n+1} ch_{last}^0 = t_{cur};$$

Като се има предвид да се отбележи формирането на текущото решение на безконфликтни токени за график, получени на място, стават характеристики

$$ch_{last} = t_{cur} .$$

Предикатите, свързани с преходите, образуват съответната индексна матрица, която е показана по-долу.

Формално описание на OM-модела

Формата на първия преход на OM модела е:

$$z_1 = \langle L_1', L_1'', R_1, \vee(L_1') \rangle$$

$$L_1' = \{ in_1, \dots, in_n, r_1, \dots, r_n, s, start \}$$

$$L_1'' = \{ p_1, \dots, p_n, f \}$$

|       | p_1   | p_2   | ... | p_n   | f     |
|-------|-------|-------|-----|-------|-------|
| start | false | false | ... | false | u_f   |
| s     | u_1   | u_2   | ... | u_n   | false |
| in_1  | u_1   | u_2   | ... | u_n   | false |
| in_2  | u_1   | u_2   | ... | u_n   | false |
| ...   | ...   | ...   | ... | ...   | ...   |
| in_n  | u_1   | u_2   | ... | u_n   | false |
| r_1   | u_1   | u_2   | ... | u_n   | false |
| r_2   | u_1   | u_2   | ... | u_n   | false |
| ...   | ...   | ...   | ... | ...   | ...   |
| r_n   | u_1   | u_2   | ... | u_n   | false |

Предикатите в R<sub>1</sub> имат следните форми

$$u_f = "pr_{n+1} ch_{last}^0 = -1"$$

$$u_j = "pr_2 ch_0 = j" \wedge "pr_{n+1} ch_{last}^0 < t_{cur}" , (j=1,2,\dots,n)$$

Характеристичните функции са:

$$\Phi_f = "ch_{last} = br(\{in_1, \dots, in_n\})"$$

$$\Phi_{p-i} = \text{"ch}_{last} = \text{br}(\{p_i\}) + 1 \text{"}, \quad (i=1,2,\dots,n)$$

Формата на втория преход на ОМ модела е:

$$z_2 = \langle L_2', L_2'', R_2, \vee(L_2') \rangle$$

$$L_2' = \{p_1, \dots, p_n, q\}$$

$$L_2'' = \{q_1, \dots, q_n, r_1, \dots, r_n, q\}$$

|         |     | q_1   | q_2   | ... | q_n   | q     | r_1   | r_2   | ... | r_n   |
|---------|-----|-------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|-----|-------|
|         | q   | false | false | ... | false | v_q   | false | false | ... | false |
| $R_2 =$ | p_1 | v_1   | v_2   | ... | v_n   | false | g_1   | g_2   | ... | g_n   |
|         | p_2 | v_1   | v_2   | ... | v_n   | false | g_1   | g_2   | ... | g_n   |
|         | ... | ...   | ...   | ... | ...   | ...   | ...   | ...   | ... | ...   |
|         | p_n | v_1   | v_2   | ... | v_n   | false | g_1   | g_2   | ... | g_n   |

Предикатите в  $R_2$  имат следните форми

$$v_q = \text{"br}(\{p_1, \dots, p_n\}) > 0 \text{"} \wedge \text{"br}(\{in_1, \dots, in_n, r_1, \dots, r_n, s\}) = 0 \text{"}$$

$$v_j = \text{"pr}_{n+1}\text{ch}_{last}^q = t_{cur} \text{"} \wedge \text{"ch}_{last} = \text{pr}_j\text{ch}_{last}^q \text{"} \wedge \text{"pr}_j\text{ch}_0 = j \text{"}, \quad (j=1,2,\dots,n)$$

$$g_j = \text{"pr}_{n+1}\text{ch}_{last}^q = t_{cur} \text{"} \wedge \text{"ch}_{last} \neq \text{pr}_j\text{ch}_{last}^q \text{"} \wedge \text{"pr}_j\text{ch}_0 = j \text{"}, \quad (j=1,2,\dots,n)$$

Характеристичните функции са:

$$\Phi_q = \text{"ch}_{last} = \{\text{random}(\text{br}(\{p_i\}))\}, t_{cur} \text{"}, \quad (i=1,2,\dots,n)$$

$$\Phi_{q-i} = \text{"ch}_{last} = \text{br}(\{p_i\}) + 1 \text{"}$$

$$\Phi_{r-i} = * \text{"}$$

Формата на третия преход на ОМ модела е:

$$z_3 = \langle L_3', L_3'', R_3, \vee(L_3') \rangle$$

$$L_3' = \{q_1, \dots, q_n, o\}$$

$$L_3'' = \{\text{out}, s, o\}$$

|         |     | out   | o     | s          |
|---------|-----|-------|-------|------------|
|         | o   | false | w_o   | false      |
| $R_3 =$ | q_1 | w_i   | false | $\neg w_i$ |
|         | q_2 | w_i   | false | $\neg w_i$ |
|         | ... | ...   | ...   | ...        |
|         | q_n | w_i   | false | $\neg w_i$ |

Предикатите в  $R_3$  имат следните форми:

$$w_o = \text{"br}(\{q_1, \dots, q_n\}) > 0 \text{"} \wedge \text{"br}(\{p_1, \dots, p_n\}) = 0 \text{"}$$

$$w_i = \text{"pr}_{n+1}\text{ch}_{last}^o = t_{cur} \text{"} \wedge \text{"ch}_{last} = \text{pr}_i\text{ch}_{last}^o \text{"}, \quad (i=1,2,\dots,n)$$

Характеристичните функции са:

$$\Phi_o = \text{"ch}_{last} = \{\text{random}(\text{br}(\{q_i\}))\}, t_{cur} \text{"}, \quad (i=1,2,\dots,n)$$

$$\Phi_{out} = "ch_{last} = t_{cur} "$$

$$\Phi_s = " * "$$

Формата на четвъртия преход на ОМ модела е:

$$Z_4 = \langle L_4', L_3'', R_4, \vee(L_4') \rangle$$

$$L_3' = \{out, f\}$$

$$L_3'' = \{schedule, stop\}$$

|                  |     | schedule | stop           |
|------------------|-----|----------|----------------|
| R <sub>4</sub> = | f   | false    | m <sub>f</sub> |
|                  | out | true     | false          |

Предикатите в R<sub>4</sub> имат следните форми:

$$m_f = "ch_{last}^f = br(\{schedule\}) "$$

Характеристичните функции са:

$$\Phi_{schedule} = " * "$$

$$\Phi_{stop} = "end "$$

#### Свойства на ОМ-модела

Капацитетът на входните места на първия преход зависи от размера на буфера на входните редове. Без загуба на целостта можем да приемем, че е равен на ранга на превключвателния възел (n). Капацитетът на изходните места p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>, ..., p<sub>n</sub> на първия преход е равен на n. Капацитетът на местата q<sub>1</sub>, q<sub>2</sub>, ..., q<sub>n</sub> също е n. Капацитетът на изходното място е равен на n. Капацитетът на допълнителни места q и o е равен на единица. Всеки един от преходите има един и същ приоритет. Същото може да се приложи и към токените.

Анализът на модела доказва получаването на безконфликтно разписание. Чрез характерни функции в модела чрез неговата симулация може да се получи числова стойност за неговата пропускателна способност. Това трябва да се направи както за баланс, така и за небалансиран трафик от еднороден и нееднороден вид. Моделът има възможности да дава информация както за броя на превключванията на crossbar матрицата, така и за средния брой пакети, предадени от един суич.

По отношение на времевите характеристики, като време за забавяне на пакетите и т.н., този модел се нуждае от допълнителна настройка. За постигането на тази цел моделът трябва да бъде допълнен с още характерни функции. И преходът Z<sub>3</sub> трябва да бъде разложен (евентуално Z<sub>4</sub>).

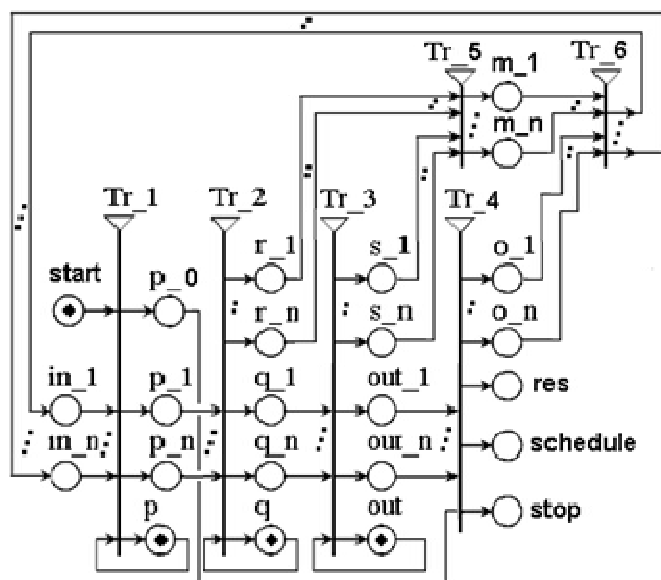
### 3.3 Обобщено-мрежови модел на разпределен (паралелен) "реброви" алгоритъм PIM (краен).

Проверката на ефективността на алгоритмите винаги започва с пропускателната способност на комутационния възел при равномерен трафик. Следващата стъпка е проверката на ефективността за неравномерен трафик. В настоящия доклад предлагаме семейство шаблони за симулиране на неравномерен трафик, базиран на модела за хотспот трафик [10]. Целта е да използваме това семейство като отправна точка за бърза справка за множество алгоритми. За правилно сравнение с резултати, получени от други алгоритми, построихме модел на известния PIM-алгоритъм с помощта на ОМ. След това извършихме компютърни симулации на пропускателна му способност като използвахме предложените шаблони за неравномерен трафик.

Стъпките на паралелните изчисления в алгоритъма PIM са ясно дефинирани и следователно можем да моделираме ефективно тези процеси с помощта на ОМ.

#### 3.3.1 Моделиране на алгоритъма

Описаните три фази на алгоритъма водят до поне три преобразувания в ОМ-модела. Разработваме модел на комутационен възел с  $n$  входа и  $n$  изхода. На базата на предишни работи [11], тук даваме определена форма на виртуалната опашка на изхода (VOQ). Графичното представяне на този модел е показано на **Фиг.1.**



**Фигура 1.** Графична форма на ОМ-модела на алгоритъма PIM

Позициите в модела имат следното значение:

- $in_1, \dots, in_n$  – входове на комутационния възел във фаза едно;
- $p_1, \dots, p_n$  – изходи на комутационния възел във фаза две;
- $q_1, \dots, q_n$  – входове на комутационния възел във фаза три;

- $r_1, \dots, r_n$  – неизбрани заявки след фаза две;
- $s_1, \dots, s_n$  – неизбрани заявки след фаза три;
- $start$  – начало на изчислението на безконфликтно разписание;
- $p_0$  – позиция на продължението на изчислението;
- $p$  – позиция за начало на фаза едно;
- $q$  – позиция за начало на фаза две;
- $out$  – позиция за начало на фаза три;
- $out_1, \dots, out_n$  – позиции на текущото решение;
- $o_1, \dots, o_n$  – позиции на неизбраните заявки след фаза три;
- $m_1, \dots, m_n$  – позиции на неизбраните заявки във виртуалните опашки на изхода;
- $schedule$  – позиция на решенията;
- $res$  – позиция на нулевите виртуалните опашки на изхода;
- $stop$  – позиция за край на изчислението на разписание.

В началния момент на позициите  $start$  и  $p$  се намира по едно ядро с начална характеристика съответно  $ch_0^{start} = 0$  и  $ch_0^p = -1$ . На позицията  $q$  има едно ядро с начална характеристика:

$$ch_0^q = \langle pr_1 ch_0^q, pr_2 ch_0^q, \dots, pr_n ch_0^q, pr_{n+1} ch_0^q \rangle$$

където

$$pr_i ch_0^q = 0, i=1, \dots, n \text{ и } pr_{n+1} ch_0^q = -1.$$

На позиция  $out$  има едно ядро с начална характеристика със същите стойности като в  $q$ .

В началния момент на текущото моделиране  $n$  ядра навлизат съответно в позициите  $in_1, \dots, in_n$ . Всяко ядро в позициите  $in_1, \dots, in_n$  представлява заявка за изпращане на пакет (всички пакети имат еднакви размери). Те имат начални характеристики: наредена тройка числа, включващи номера на входа (означен с  $i$ ), номера на изхода (означен с  $j$ ), за който са предназначени пакетите и броя на пакетите (означен с  $l$ ) във виртуалната опашка на изхода:

$$ch_0 = (pr_1 ch_0, pr_2 ch_0, pr_3 ch_0) = \langle i, j, l \rangle$$

Всяко ядро представлява една виртуална опашка на изхода. Стойностите  $i, j, l$  в началните характеристики се дават от елементите на матрицата на трафика  $T(t_{ij}=l)$ .

Преходът  $Tr_1$  моделира фаза едно на PIM-алгоритъма. Като резултат от  $Tr_1$  ядрата са разпределени на позициите  $p_1, p_2, \dots, p_n$  според втората проекция на началните

си характеристики. Например на позиция  $p_i$  са представени всички заявки за пакети към  $i$ -тия изход.

Всяко ядро, намиращо се на позицията  $p_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) има следната характеристика:

$$ch_{last} = br(\{p_i\}) + 1$$

където  $br(A)$  е сумата от броя на ядрата в набора от позиции  $A$ . По този начин се сформира необходимата номерация на ядрата  $p_i$ .

Преходът  $Tr_2$  моделира фаза две от PIM-алгоритъма. Като резултат от  $Tr_2$  по едно ядро от всяка позиция  $p_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) се предава на една от позициите  $q_1, \dots, q_n$ .

Ядрото, циркулиращо в  $q$ , получава следната характеристика:

$$ch_{last}^q = \langle pr_1 ch_{last}^q, pr_2 ch_{last}^q, \dots, pr_n ch_{last}^q, pr_{n+1} ch_{last}^q \rangle$$

където:

- $pr_i ch_{last}^q = random(br(\{p_i\}))$  ( $i = 1, \dots, n$ )
- $pr_{n+1} ch_{last}^q = t_{cur}$ ;

където  $random(k)$  е функция, дефинирана в  $\{0, 1, 2, \dots\}$  и връщаща като резултат случайно цяло число между 1 и  $k$ , ако  $k > 0$  и нула, ако  $k = 0$ . Текущото време за моделиране е обозначено като  $t_{cur}$ .

Всяко ядро, намиращо се на позиция  $q_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ), приема следната характеристика:

$$ch_{last} = br(\{q_i\}) + 1$$

Сформира се необходимата номерация на ядрата в  $q_i$ .

Преходът  $Tr_3$  моделира фаза три на PIM-алгоритъма. Като резултат от  $Tr_3$  по едно ядро от всяка позиция  $q_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) се предава на една от позициите  $out_1, \dots, out_n$ .

Ядрото, циркулиращо в позицията  $out$ , получава следната характеристика:

$$ch_{last}^{out} = \langle pr_1 ch_{last}^{out}, pr_2 ch_{last}^{out}, \dots, pr_n ch_{last}^{out}, pr_{n+1} ch_{last}^{out} \rangle$$

където

- $pr_i ch_{last}^{out} = random(br(\{out_i\}))$  ( $i = 1, \dots, n$ )
- $pr_{n+1} ch_{last}^{out} = t_{cur}$ ;

За да получим текущото решение на безконфликтното разписание, ядрата, намиращи се в позиции  $out\_1, \dots, out\_n$  получават характеристики:

$$ch_{last} = t_{cur}$$

Преходът  $Tr\_4$  моделира формирането на безконфликтното разписание. Като резултат от  $Tr\_4$  ядрата от всяка позиция  $out\_1, \dots, out\_n$  се предават на позицията  $schedule$ .

Преходите  $Tr\_5$  и  $Tr\_6$  събират неприетите заявки и формират виртуалните опашки на изхода за следващата итерация на РІМ-алгоритъма.

Краят на РІМ-алгоритъма се отбелязва с получаването на ядро в позиция  $stop$ . В този момент позиция  $schedule$  съдържа ядрата на финалното безконфликтно разписание, а позиция  $res$  съдържа  $n^2$  ядра от празните виртуалните опашки на изхода.

Най-интересното в дизайна на ОМ-модела е необходимостта от въвеждането на допълнителната позиция  $p$ . По този начин постигаме синхронизация на трите фази на алгоритъма. Подобен резултат може да се разглежда като следствие от строгия формален апарат на ОМ.

### 3.3.2 Формално описание на ОМ-модела на алгоритъма РІМ

Формата на първия преход в ОМ-модела е:

$$Tr\_1 = \langle L_1', L_1'', r_1, \vee \{L_1'\} \rangle$$

където

$$\bullet L_1' = \{ start, in\_1, \dots, in\_n, p \}$$

$$\bullet L_1'' = \{ p\_0, p\_1, \dots, p\_n, p \}$$

а матрицата на индексите е:

| $r_1$    |  | $p\_1$   | $\dots$  | $p\_n$   | $p\_0$     | $p$      |
|----------|--|----------|----------|----------|------------|----------|
| $start$  |  | $false$  | $\dots$  | $false$  | $u_{p\_0}$ | $false$  |
| $in\_1$  |  | $u_1$    | $\dots$  | $u_n$    | $false$    | $false$  |
| $\vdots$ |  | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$   | $\vdots$ |
| $in\_n$  |  | $u_1$    | $\dots$  | $u_n$    | $false$    | $false$  |
| $p$      |  | $false$  | $\dots$  | $false$  | $false$    | $u_p$    |

Предикатите в  $r_1$  имат следните форми:

$$\bullet u_p = "br(\{ in\_1, \dots, in\_n \}) > 0" \wedge "br(\{ out\_1, \dots, out\_n \}) = 0"$$

$$\bullet u_j = "pr_2ch_0 = j" \wedge "pr_{n+1}ch_{last}^q < t_{cur}" \quad , (j=1,2,\dots,n)$$

$$\bullet u_{p\_0} = "ch_{last}^p = -1"$$

Характеристичните функции са:

$$\bullet \Phi_{p-0} = "ch_{last} = br(\{ in\_1, \dots, in\_n \})"$$

$$\bullet \Phi_{p-i} = "ch_{last} = br(\{ p\_i \}) + 1" \quad , (i=1,2,\dots,n).$$

• $\Phi_p = "ch_{last} = t_{cur}"$

Формата на втория преход в ОМ-модела е:

$$Tr\_2 = \langle L_2', L_2'', r_2, \vee (L_2') \rangle$$

където

$$\bullet L_2' = \{ p\_1, \dots, p\_n, q \}$$

$$\bullet L_2'' = \{ q\_1, \dots, q\_n, r\_1, \dots, r\_n, q \}$$

а матрицата на индексите е:

| $r_2$    |  | $q\_1$       | ...      | $q\_n$       | $r\_1$       | ...      | $r\_n$       | $q$          |
|----------|--|--------------|----------|--------------|--------------|----------|--------------|--------------|
| $p\_1$   |  | $v_1$        | ...      | $v_n$        | $g_1$        | ...      | $g_n$        | <i>false</i> |
| $\vdots$ |  | $\vdots$     | $\vdots$ | $\vdots$     | $\vdots$     | $\vdots$ | $\vdots$     | $\vdots$     |
| $p\_n$   |  | $v_1$        | $\vdots$ | $v_n$        | $g_1$        | $\vdots$ | $g_n$        | <i>false</i> |
| $q$      |  | <i>false</i> | ...      | <i>false</i> | <i>false</i> | ...      | <i>false</i> | $v_q$        |

Предикатите в  $r_2$  имат следните форми:

$$\bullet v_q = "br(\{ p\_1, \dots, p\_n \}) > 0" \wedge "br(\{ in\_1, \dots, in\_n \}) = 0"$$

$$\bullet v_j = "pr_{n+1}ch_{last}^q = t_{cur}" \wedge "ch_{last} = pr_jch_{last}^q" \wedge "pr_1ch_0 = j", (j=1,2,\dots,n)$$

$$\bullet g_j = "pr_{n+1}ch_{last}^q = t_{cur}" \wedge "ch_{last} \neq pr_jch_{last}^q" \wedge "pr_1ch_0 = j", (j=1,2,\dots,n)$$

Характеристичните функции са:

$$\bullet \Phi_q = "ch_{last} = \{ random(br(\{ p\_i \})) \}, t_{cur}", (i=1,2,\dots,n)$$

$$\bullet \Phi_{q-i} = "ch_{last} = br(\{ q\_i \}) + 1", (i=1,2,\dots,n)$$

$$\bullet \Phi_{r-i} = " * ", (i=1,2,\dots,n).$$

Формата на третия преход в ОМ-модела е:

$$Tr\_3 = \langle L_3', L_3'', r_3, \vee (L_3') \rangle$$

където

$$\bullet L_3' = \{ q\_1, \dots, q\_n, out \}$$

$$\bullet L_3'' = \{ out\_1, \dots, out\_n, s\_1, \dots, s\_n, out \}$$

а матрицата на индексите е:

| $r_3$    |  | $out\_1$     | ...      | $out\_n$     | $s\_1$       | ...      | $s\_n$       | $out$        |
|----------|--|--------------|----------|--------------|--------------|----------|--------------|--------------|
| $q\_1$   |  | $w_1$        | ...      | $w_n$        | $x_1$        | ...      | $x_n$        | <i>false</i> |
| $\vdots$ |  | $\vdots$     | $\vdots$ | $\vdots$     | $\vdots$     | $\vdots$ | $\vdots$     | $\vdots$     |
| $q\_n$   |  | $w_1$        | $\vdots$ | $w_n$        | $x_1$        | $\vdots$ | $x_n$        | <i>false</i> |
| $out$    |  | <i>false</i> | ...      | <i>false</i> | <i>false</i> | ...      | <i>false</i> | $w_{out}$    |

Предикатите в  $r_3$  имат следните форми:

$$\bullet w_{out} = "br(\{ q\_1, \dots, q\_n \}) > 0" \wedge "br(\{ p\_1, \dots, p\_n \}) = 0"$$

$$\bullet w_j = "pr_{n+1}ch_{last}^{out} = t_{cur}" \wedge "ch_{last} = pr_jch_{last}^{out}" \wedge "pr_1ch_0 = j", (j=1,2,\dots,n)$$

$$\bullet x_j = "pr_{n+1}ch_{last}^{out} = t_{cur}" \wedge "ch_{last} \neq pr_jch_{last}^{out}" \wedge "pr_1ch_0 = j", (j=1,2,\dots,n)$$

Характеристичните функции са:



- $\Phi_{out} = "ch_{last} = \{random(br(\{q_i\}))\}, t_{cur}"$ ,  $(i=1,2,\dots,n)$
- $\Phi_{out-i} = "ch_{last} = t_{cur}"$ ,  $(i=1,2,\dots,n)$
- $\Phi_{s-i} = "*" "$ ,  $(i=1,2,\dots,n)$ .

Формата на четвъртия преход в ОМ-модела е:

$$Tr_4 = \langle L_4', L_4'', r_4, \vee (L_4') \rangle$$

където

- $L_4' = \{out\_1, \dots, out\_n, p\_0\}$
- $L_4'' = \{o\_1, \dots, o\_n, res, schedule, stop\}$

а матрицата на индексите е:

|          |  |          |          |          |         |           |            |
|----------|--|----------|----------|----------|---------|-----------|------------|
| $r_4 =$  |  | $o\_1$   | $\dots$  | $o\_n$   | $res$   | $shedule$ | $stop$     |
| $out\_1$ |  | $\neg z$ | $false$  | $false$  | $z$     | $true$    | $false$    |
| $:$      |  | $false$  | $\neg z$ | $false$  | $z$     | $true$    | $false$    |
| $out\_n$ |  | $false$  | $false$  | $\neg z$ | $z$     | $true$    | $false$    |
| $p\_0$   |  | $false$  | $false$  | $false$  | $false$ | $false$   | $m_{p\_0}$ |

Предикатите в  $r_4$  имат следните форми:

- $m_{p-0} = "ch_{last}^{p-0} = br(\{schedule\})"$
- $z = "pr_3ch^{out-i} = 1"$ ,  $(i=1,2,\dots,n)$

Характеристичните функции са:

- $\Phi_{schedule} = "*" "$ ,
- $\Phi_{res} = "pr_3ch^{res} = pr_3ch^{out-i} - 1"$ ,
- $\Phi_{o-i} = "pr_3ch^{o-i} = pr_3ch^{out-i} - 1"$ ,  $(i=1,2,\dots,n)$ .
- $\Phi_{stop} = "end"$

Формата на петия преход в ОМ-модела е:

$$Tr_5 = \langle L_5', L_5'', r_5, \vee \{L_5'\} \rangle$$

където

- $L_5' = \{s\_1, \dots, s\_n, r\_1, \dots, r\_n\}$
- $L_5'' = \{m\_1, \dots, m\_n\}$

а матрицата на индексите е:

|         |  |         |         |         |
|---------|--|---------|---------|---------|
| $r_5 =$ |  | $m\_1$  | $\dots$ | $m\_n$  |
| $s\_1$  |  | $true$  | $false$ | $false$ |
| $:$     |  | $:$     | $true$  | $:$     |
| $s\_n$  |  | $false$ | $false$ | $true$  |
| $r\_1$  |  | $true$  | $false$ | $false$ |
| $:$     |  | $:$     | $true$  | $:$     |
| $r\_n$  |  | $false$ | $false$ | $true$  |

Характеристичните функции са:

- $\Phi_{m-i} = "*" "$ ,  $(i=1,2,\dots,n)$ .

Формата на шестия преход в ОМ-модела е:

$$Tr_6 = \langle L_6', L_6'', r_6, \vee \{L_6'\} \rangle$$

където

- $L_6' = \{m\_1, \dots, m\_n, o\_1, \dots, o\_n\}$
- $L_6'' = \{in\_1, \dots, in\_n\}$

а матрицата на индексите е:

$$r_6 = \begin{array}{c|ccc} & in\_1 & \dots & in\_n \\ \hline m\_1 & true & false & false \\ : & false & : & false \\ m\_n & false & false & true \\ o\_1 & true & false & false \\ : & false & : & false \\ o\_n & false & false & true \end{array}$$

Характеристичните функции са:  
 •  $\Phi_{in-i} = " * ", (i=1,2,\dots,n)$ .

Всеки от преходите има еднакъв приоритет. Това се отнася и за ядрата. Анализът на модела с помощта на ОМ доказва, че той притежава безконфликтно разписание. Моделът предоставя информация за броя на превключванията в комутационната матрица, която ще бъде използвана за изчисляване на средната пропускателна способност.

### 3.3.3 Семейство шаблони за неравномерен трафик

В случай на неравномерен трафик всички елементи на матрицата  $T$  трябва да са равни [1], [4]. В нашата компютърна симулация предлагаме няколко типа неравномерни матрици  $T$ , такива, че общият брой пакети във всеки ред и стълб на матрица  $T$  да бъдат равни. Тези матрици се наричат семейство шаблони за неравномерен трафик. Те притежават следните свойства:

- лесно генериране за всякакъв размер превключвател ( $n \times n$ );
- генерирането не зависи от вида използван хардуер, компилатор и операционна система;
- тяхното точно, оптимално, безконфликтно разписание е известно.

Предложеното семейство шаблони е базирано на модела на трафика хотспот [9], който наричаме Чао-модел. Този модел се дава от:  $\lambda_{ij}=0,5\rho$  за  $i = j$  и  $\lambda_{ij}=0,5\rho/(n-1)$  във всички други случаи,  $i, j \in 1, \dots, n$ , където  $\rho$  е товарът на всеки вход (равномерно разпределение на Бернули).

Първият тип матрици в семейството от шаблони се нарича  $Chao_1$ . Оптималното му разписание изисква  $2(n-1)$  превключвания на комутационната матрица за комутационен възел с размери  $n \times n$ . В общия случай  $i$ -тата матрица се отбелязва като  $Chao_i$ . Оптималното ѝ разписание изисква  $2i(n-1)$  превключвания на комутационната матрица за комутационен възел  $n \times n$ . Тези типове матрици са показани на Фиг.2.

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} k-1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & k-1 \end{bmatrix} \dots$$

$2 \times 2 \quad 3 \times 3 \quad k \times k$

$$T = \begin{bmatrix} i & i \\ i & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2i & i & i \\ i & 2i & i \\ i & i & 2i \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} \{k-1\}i & \dots & i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ i & \dots & \{k-1\}i \end{bmatrix} \dots$$

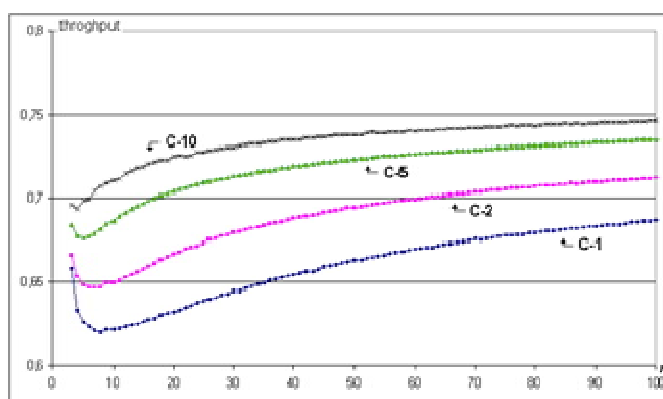
$2 \times 2 \quad 3 \times 3 \quad k \times k$

Фигура 2. Матрици от типовете  $Chao_1$  и  $Chao_i$

### 3.3.4 Резултати от грид-симулациите

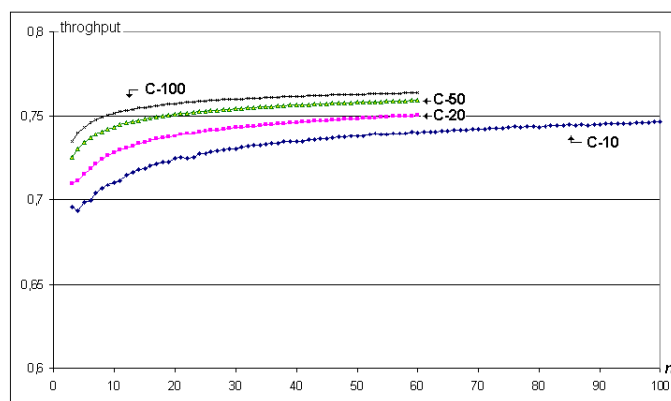
Преходът от ОМ-модел към изпълнима програма е реализиран както в [12]. Сорс-кодът се компилира с помощта на грид-клъстера в ЦЕРН (<http://lxplus.cern.ch>), а резултантният код се изпълнява на същата грид-структура.

На фигурите по-долу  $Chao_i$  е отбелязана като C-i за  $i=1,2,\dots$ . Фиг.3 показва резултата от компютърни симулации на РІМ-алгоритъма с входящи данни  $Chao_1$ ,  $Chao_2$ ,  $Chao_5$  и  $Chao_{10}$ . Симулирани са размери на комутационната матрица от  $3 \times 3$  до  $100 \times 100$ . Резултантната пропускателна способност е усреднена за 10 000 симулации за всеки размер, освен за  $Chao_{10}$ , където е взето средното от 1000 симулации.



Фигура 3. Резултати за пропускателната способност за  $Chao_{1,2,5}$  и  $Chao_{10}$

В случая на 1000 симулации се наблюдава известна грануларност, докато при 10 000 симулации има достатъчно прецизност при моделирането. Фиг.4 представя резултатите с входящи данни  $Chao_i$  за  $i=20,50,100$  ( $Chao_{10}$  е използвано за сравнение). Симулирани са размери на комутационната матрица от  $3 \times 3$  до  $60 \times 60$ . Резултантната пропускателна способност е усреднена от 10 000 симулации за всеки размер.



Фигура 4. Резултати за пропускателната способност за  $Chao_{10,20,50}$  и  $Chao_{100}$

Както е показано на Фиг.3, размерът намалява, но въпреки това експерименталните резултати показват, че скоростта на приближаване до определената горна граница се увеличава. Фиг.4 показва, че тази граница е по-малка от 100% и по-голяма от 76%.

### 3.4 Обобщено-мрежови модел на "тегловен" алгоритъм LPF.

Вземайки предвид изчислението на безконфликтно разписване, разработихме алгоритъма MiMa (Минимум от Максимум) [7]. Апаратът на Обобщените мрежи (ОМ) [8] се използва за специфициране на алгоритъма. За сравнение ефективността на алгоритъма изчислихме пропускателната способност (TR) на алгоритъма MiMa, както и пропускателната способност на алгоритъма LPF (LongestPortFirst) [9]. Пропускателната способност (TR) на комутатора е мярка за ефективността на възела. В процеса на дизайна на превключвателя TR отначало се получава чрез прилагане на различни алгоритми. Това количество зависи от входящия трафик за дадения алгоритъм. Когато се избере моделът на трафика, TR е функция на интензитета на входящите редове [4].

Първата стъпка в решаването на проблема за изчисляване горната граница на TR е да конструираме детайлите на ОМ-модела на LPF-алгоритъма. Числената процедура [10] включва данни, получени от високоефективни изчисления. Суперкомпютърът АВИТОХОЛ на ИИКТ-БАН ([www.hpc.acad.bg/system-1/](http://www.hpc.acad.bg/system-1/)) е инструментът, използван за компютърната симулация на TR. Алгоритъма LPF [9] е приложен за комутатор с комутационно поле с размери  $(n \times n)$  от  $3 \times 3$  до  $44 \times 44$  и 1 милион симулации. Вземайки предвид това семейство шаблони [10], е изпълнена симулация на входящия трафик [4] с  $\rho=100\%$  за равномерно разпределение на Бернули.

### 3.4.1 LPF-алгоритъм за безконфликтно разписание

За представянето на заявките за предаване на пакети от съобщения посредством комутатор ( $n \times n$ ,  $n$  – цяло число) се конструира матрица  $R$  ( $n \times n$ ), наречена матрица на заявките. По този начин потокът на пакетите съобщения, който се предава едностранно от входящите към изходящите линии, може да се опише от матрицата  $R$ . Така всяка заявка за предаване на пакети от входа  $k$  към изхода  $l$  ще бъде представена от елементар  $r_{kl}$  ( $r_{kl} \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ) на матрицата на заявките. Например,  $r_{kl} = c$  означава, че  $c$  пакети от  $k$ -тия вход трябва да се предадат на  $l$ -тия изход на комутатора [4].

Ако на един ред от матрицата  $R$  има повече от един конфликт, броят на заявките ще бъде по-голям от единица. Такъв например е случаят, в който един източник излъчва съобщение за повече от един приемник. Значението на това е, че в някои стълбове на матрицата на заявките  $R$  ще има повече от една единица. Изчисляването на безконфликтно разписание ще бъде еквивалентно на изчисляване на безконфликтните матрици  $Q_1, \dots, Q_k$ . Тяхната сума ще бъде еквивалентна на матрицата на заявките  $R$ . В тези матрици  $Q_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$  всеки ред и стълб ще съдържа по само един елемент, равен на единица. Другите елементи в същия ред или стълб трябва да бъдат равни на нула [5].

Равномерно разпределените случайни числа са важни за прилагането на LPF-алгоритъма [9]. Освен това, съществуването на горна граница на TR е потвърдено за всички случаи на приет трафик (клоняща към 100%). Затова избрахме алгоритъма LPF за нашето изследване. С помощта на Обобщени мрежи построихме неговия модел и направихме компютърна симулация на ефективността му, използвайки серия от шаблони за „обикновен“ трафик.

Кратко описание на LPF-алгоритъма:

**Стъпка 1.** Инициализира се матрицата  $R$ .

**Стъпка 2.** Изчисляват се конфликтните тегла на редовете. Мярка за тази величина е векторът-стълб  $V_c$ , който показва броя конфликти в редовете на  $R$ . Ако всеки от тези елементи е равен на нула, отиди на Стъпка 8.

**Стъпка 3.** Изчисляват се конфликтните тегла на стълбовете. Мярка за тази величина е векторът-ред  $V_R$ . Той показва колко конфликта има във всеки стълб на  $R$ .

**Стъпка 4.** Изчислява се матрицата на теглата  $T''$ . Елементът  $t''_{ij}$  на матрицата на теглата  $T''$  съдържа сумата на  $k$ -тия елемент на  $V_c$  и  $l$ -тия елемент на  $V_R$ . Трябва да

вземем предвид, че в случая, когато елементът  $t_{ij}^W = 0$  (от матрицата  $T^W$ ), съответстващият елемент  $r_{ij}$  от матрицата  $R$  също трябва да е 0.

**Стъпка 5.** Избира се максималният елемент  $m_{ij}^W$  от матрицата на теглата  $T^W$ . Той отговаря на най-високото тегло. **Забележка2:** ако съществува повече от един елемент със същото максимално тегло, се избира един от тях на случаен принцип.

**Стъпка 6.** Елементът  $m_{ij}^W$ , избран в Стъпка 5, показва точния елемент  $(i,j)$  от матрицата  $T$ , който ще участва в комутацията. **Забележка:** всички елементи, намиращи се на  $k$ -тия ред от  $T^W$  и всички елементи, намиращи се в  $l$ -тия стълб на  $T^W$  ще бъдат изключени, когато се търсят следващите елементи на безконфликтната матрица  $Q_l$ .

**Стъпка 7.** Ако някой елемент от  $T^W$  е по-голям от нула, отиваме на Стъпка 5. Ако не е,  $Q_l$  е завършена, отиваме на Стъпка 2 (за повтаряне на процедурата за  $Q_2$ ).

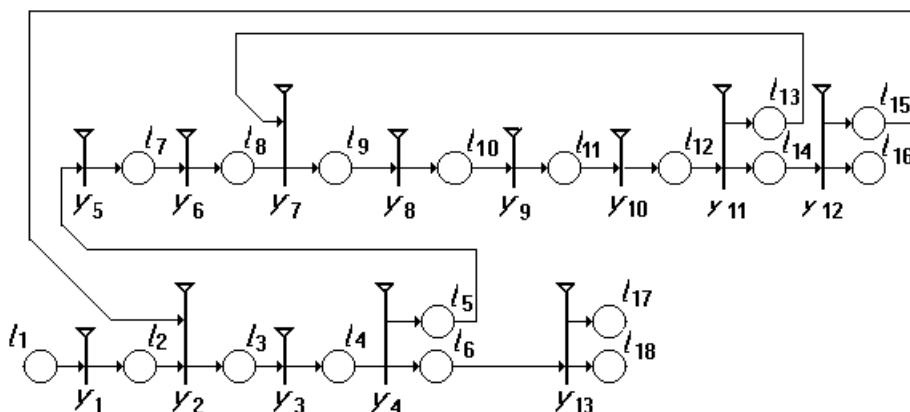
**Стъпка 8.** Стоп. [11]

Като резултат, матрицата  $Q_l$  трябва да съдържа елементи, в които теглото на конфликтите е максимално. Следващите безконфликтни матрици  $Q_2, \dots, Q_r$  се изчисляват при същите ограничения. Последната матрица  $Q_r$  ще се състои само от безконфликтните заявки в матрицата  $T$  [4]. TR на алгоритъма следва от изборите, направени в Стъпка 5. Ако се появи повече от един елемент със същото максимално тегло, изборът между тях се прави на случаен принцип [9].

### 3.4.2 Обобщено-мрежови модел на LPF-алгоритъма

Графичното представяне на ОМ-модела е показано на **Фигура 2**. В началото едно ядро навлиза в позиция 11 (старт). Ядрото представлява трафика за предаване, като всички пакети имат еднакъв размер. Началната характеристика на ядрото е “ch0 = (pr1ch0, pr2ch0) =  $\langle n, R \rangle$ ” (където  $n$  е размерът на комутационното поле). Краят на имплементацията на LPF е показан с навлизането на едно ядро в позиция 118. Позиция 116 в същия момент съдържа последната матрица за комутация ( $Q_1, Q_2, \dots, Q_r$ ).

Моделът може да ни осигури информация, засягаща броя превключващи конфигурации, които могат да се използват в комутационното поле (променливата  $k$ ), информация за това как може да бъде задоволен броят заявки от едно предаване (променливата  $r$ ), който може да варира и т.н.



**Фигура 2.** Графична форма на OM-модела на LPF-алгоритъма.

Стъпките на обработването на информация в LPF-алгоритъма ни помагат да опишем ефективно имплементираните процеси посредством Обобщени мрежи [8], [12].

### 3.4.3 Описание на алгоритъма

Описанието на фазите на алгоритъма води до поне две разклонения на OM-модела. Построихме модела на LPF-алгоритъма за възел с комутационно поле ( $n \times n$ ), показан на Фигура 2.

Позициите в модела имат следните значения:

- l1 – старт;
- l2 – ядрото носи матрицата на заявките;
- l3 – изчислен е текущият вектор-стълб  $V_C$ ;
- l4 – изчислява се текущата сума на неизбраните заявки;
- l5 – достъпни са заявки за предаване;
- l6 – няма достъпни заявки;
- l7 – изчислен е текущият вектор-ред  $V_R$ ;
- l8 – изчислява се матрицата на теглата  $T^W$ ;
- l9 – можем да изберем максималния елемент  $m t_{ij}^W$ ;
- l10 – Бележка 2 (избор на случаен принцип);
- l11 – избраният елемент  $R_{ij}$  е правилният;
- l12 – ядрото носи текущата сума от тегловни коефициенти;
- l13 – има заявка за избор;
- l14 – достъпва се текущото решение ( $Q_i$ ) за превключване;
- l15 – може да се достигне нова матрица  $Q$ ;
- l16 – решения  $Q_1, \dots, Q_k$ ;
- l17 – грешка на входа ( $k=0$ );
- l18 – стоп.

В началото, в позиция l1 ядрото има характеристика  $ch_0^{start} = \langle n, R \rangle$ . После ядрото навлиза в позиция l2, и т.н.

Началната фаза в LPF-алгоритъма е имплементацията на прехода  $Y_1$ . Като резултат ядрото навлиза в позиция  $l_2$ , а характеристиката му е:  $\langle k=0, Q_k=0, V_C(n)=0, V_R(n)=0 \rangle$ . Тук  $Q_k$  е матрица, представяща заявките, които трябва да бъдат изпълнени (първо решение за комутация);  $V_C(n)$  е сумата от елементите във всеки ред;  $V_R(n)$  е сумата от елементите във всеки стълб.

При прехода  $Y_2$  се изчислява текущият вектор-стълб. Резултатът от  $Y_2$  е едно ядро, прехвърлено в позиция  $l_3$  с характеристика:  $\langle V_C(i) := \sum_j r_{ij}, (j=1,2,\dots,n) \rangle$ .

Преходът  $Y_3$  изчислява колко заявки не са избрани за предаване. Резултантното ядро преминава на позиция  $l_4$  с характеристика:  $Y\_0 = \sum_j V_C(j)$  „,  $(j=1,2,3,\dots,n)$ .

Преходът  $Y_4$  включва проверката дали сумата от заявките за предаване е равна на нула. Ако  $(Y\_0 = 0)$ , алгоритъмът приключва работа (ДА). Ако НЕ, изчисленията продължават (ядрото отива на  $l_5$ ).

Когато позиция  $l_{18}$  приема ядро, имплементацията на LPF-алгоритъма приключва. Това е последната позиция в безконфликтното разписание.

### 3.4.4 Формална спецификация на ОМ-модела, отнасящ се до LPF-алгоритъма

Първият преход протича във формата:

$$Y_1 = \langle L_1', L_1'', r_1, \dot{U}(L_1') \rangle, \text{ където } L_1' = \{ l_1 \}; L_1'' = \{ l_2 \}$$

$$\text{а матрицата на индексите е: } r_1 = \frac{l_2}{l_1 \mid true}$$

$F_2$  е характеристична функция и:

$$\bullet F_2 = \langle k=0, r=0, Q_k=0, V_C(n)=0, V_R(n)=0 \rangle$$

Следващият преход е:

$$Y_2 = \langle L_2', L_2'', r_2, \dot{U}(L_2') \rangle, \text{ където } L_2' = \{ l_2, l_{19} \}; L_2'' = \{ l_3 \}$$

$$r_2 = \frac{l_3}{l_2 \mid true \mid l_{15} \mid true}$$

$$\bullet F_3 = \langle V_C(i) := \sum_j r_{ij}, (j=1,2,\dots,n) \rangle$$

$$Y_3 = \langle L_3', L_3'', r_3, \dot{U}(L_3') \rangle, \text{ където } L_3' = \{ l_3 \}; L_3'' = \{ l_4 \}$$

$$r_3 = \frac{l_4}{l_3 \mid true}$$

$$\bullet F_4 = \langle Y\_0 := \sum_j V_C(j) \rangle, (j=1,2,\dots,n)$$

$$Y_4 = \langle L_4', L_4'', r_4, \dot{U}(L_4') \rangle, \text{ където } L_4' = \{ l_4 \}; L_4'' = \{ l_5, l_6 \}$$

$$r_4 = \frac{l_5 \mid l_6}{l_4 \mid \neg end \mid end}$$

Предикатът в  $r_4$  е:  $\bullet end = Y\_0 = 0$



$F_5$  е характеристична функция и:

•  $F_5 = "r := 0"; \bullet F_6 = " \text{toend} "$

$Y_5 = \langle L_5', L_5'', r_5, \dot{U}(L_5') \rangle$ , където  $L_5' = \{l_5\}$ ;  $L_5'' = \{l_7\}$

$$r_5 = \frac{l_7}{l_5} \mid \text{true}$$

•  $F_7 = "V_R(j) := \sum_{ij} r_{ij}, (i=1,2,\dots,n)"$

$Y_6 = \langle L_6', L_6'', r_6, \dot{U}(L_6') \rangle$ , където  $L_6' = \{l_7\}$ ;  $L_6'' = \{l_8\}$

$$r_6 = \frac{l_8}{l_7} \mid \text{true}$$

•  $F_8 = "t_{ij}^W := V_C(i) + V_R(j); \dots", (i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n)$ .

$Y_7 = \langle L_7', L_7'', r_7, \dot{U}(L_7') \rangle$ , където  $L_7' = \{l_8, l_{13}\}$ ;  $L_7'' = \{l_9\}$

$$r_7 = \frac{l_9}{l_8} \mid \text{true}$$

$$l_{13} \mid \text{true}$$

Характеристичните функции са:

•  $F_9 = " \max^W -> i, j "$ ;

$Y_8 = \langle L_8', L_8'', r_8, \dot{U}(L_8') \rangle$ , където  $L_8' = \{l_9\}$ ;  $L_8'' = \{l_{10}\}$

$$r_8 = \frac{l_{10}}{l_9} \mid \text{true}$$

•  $F_{10} = " \text{if} [\max t^W] > I, \text{random} -> i\_match, j\_match "$ .

$Y_9 = \langle L_9', L_9'', r_9, \dot{U}(L_9') \rangle$ , където  $L_9' = \{l_{10}\}$ ;  $L_9'' = \{l_{11}\}$

$$r_9 = \frac{l_{11}}{l_{10}} \mid \text{true}$$

Характеристичните функции са: •  $F_{11} = " \text{Match}; r := r+1 "$

$\text{Match} := "Q_k(i\_match, j\_match) := 1, \dots"$

$Y_{10} = \langle L_{10}', L_{10}'', r_{10}, \dot{U}(L_{10}') \rangle$ , където  $L_{10}' = \{l_{11}\}$ ;  $L_{12}'' = \{l_{14}\}$

$$r_{10} = \frac{l_{14}}{l_{13}} \mid \text{true}$$

•  $F_{12} = "T\_0 := \sum_{ij} t_{ij}^W, (j=1,2,3,\dots,n; i=1,2,3,\dots,n)"$ .

$Y_{11} = \langle L_{11}', L_{11}'', r_{11}, \dot{U}(L_{11}') \rangle$ , където  $L_{11}' = \{l_{12}\}$ ;  $L_{11}'' = \{l_{13}, l_{14}\}$

$$r_{11} = \frac{l_{13}}{l_{12}} \mid \frac{l_{14}}{-\text{sum\_}T \quad \text{sum\_}T}$$

Предикатът в  $r_{13}$  е: •  $\text{sum\_}T = "T = 0"$

Характеристичните функции са:

•  $F_{13} = "*" ; \bullet F_{14} = "Q_k \text{isready} "$

$Y_{12} = \langle L_{12}', L_{12}'', r_{12}, \dot{U}(L_{12}') \rangle$ , където  $L_{14}' = \{l_{14}\}$ ;  $L_{14}'' = \{l_{15}, l_{16}\}$

$$r_{12} = \frac{l_{15}}{l_{14}} \left| \begin{array}{c} l_{15} \\ true \end{array} \right| \frac{l_{16}}{true}$$

Характеристичните функции са:

- $F_{15} = "k := k+1"$ ; •  $F_{16} = "Q_k, k, r"$

Последният преход приема следната форма:

$$Y_{13} = \langle L_{13}', L_{13}'', r_{13}, \bigcup \{L_{13}'\} \rangle, \text{ където } L_{15}' = \{l_6\}; L_{15}'' = \{l_{17}, l_{18}\}$$

$$r_{13} = \frac{l_{17}}{l_6} \left| \begin{array}{c} l_{17} \\ error \end{array} \right| \frac{l_{18}}{\neg error}$$

Предикатът в  $r_{15}$  е:

- $error = "k = 0"$

Характеристичните функции са:

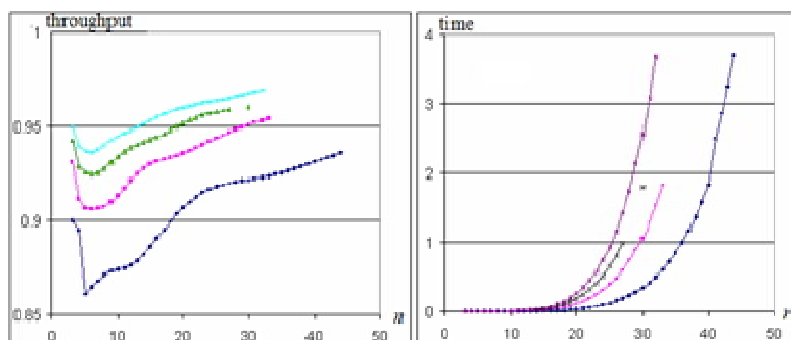
- $F_{17} = "inputerror"$ ; •  $F_{18} = "stop"$

Приоритетът на всеки от преходите е еднакъв и те имат еднакво отношение към ядрата. Анализът на модела с помощта на ОМ показва съвместимост с безконфликтната задача. Моделът предоставя допълнителна информация ( $k, r$  и т.н.), която може да се използва за изчисляването на средното TR.

### 3.4.5 Компютърна симулация

Както е показано в [12], ОМ-моделът може да се преобразува в компютърна програма. Пакетът Vfort с безплатен достъп [13] се оказва полезен в програмирането. Компилацията се провежда посредством суперкомпютъра АВИТОХОЛ на ИИКТ-БАН ([www.iict.bas.bg](http://www.iict.bas.bg)). Двоичният код се изпълнява локално на АВИТОХОЛ. Операционната система е Red HatLinux. Използваните ресурси достигат 16 процесора, 16 GB RAM. Времето за изпълнение не превишава 72 часа.

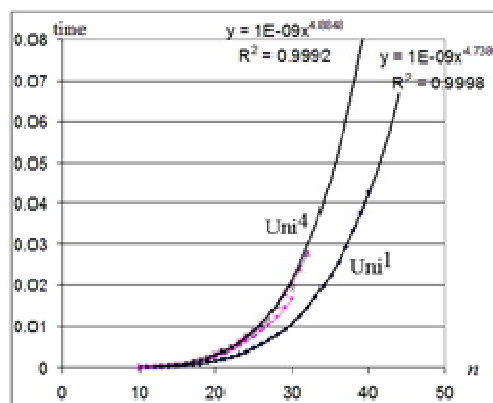
Входящ трафик – използват се семейство шаблони [10] за равномерно разпределение на Бернули, за симулация на равномерен трафик с  $\rho=100\%$ . Размерността  $n$  варира от 3x3 до 44x44, изпълняват се по 1 000 000 симулации за шаблони Uni-1, Uni-2, Uni-3, Uni-4. На Фигура 3 са показани резултантната пропускателна способност (средна) – отляво, времето за една симулация – отдясно.



**Фигура 3.** Пропускателна способност и време за равномерен трафик U-1,...,U-4

Според числената процедура [10], изчисляваме отношението  $\delta_1$  между различните  $res_1, res_2$  на TR за съседни шаблони, а резултантните графики са показани на Фигура 4. Оценките на  $\delta_1$  варират около  $(1,5)^{-1}$ . Ние искаме  $\delta_1$  да има стойности от  $(1,4)^{-1} = m^{-1/2} = 2^{-1/2}$  за надеждно изчисляване горната граница на TR. За тази цел ще бъде необходимо да получим делтата от  $i \sim 6-7$ , т.е. симулацията трябва да се извърши посредством  $\sim Uni-100$ . Ще ни позволят ли достъпните компютърни ресурси да направим необходимите симулации? Това зависи от сложността на LPF-алгоритъма.

**Фигура 5** представя намалената времева сложност за едно превключване:  $>O(n^{4,7})$ . Това е доста висока сложност.



**Фигура 5.** Времева сложност на LPF-алгоритъма за Uni-1, Uni-4 трафик

За да получим  $\delta_6$ , ще трябва да изгубим точност – ще са възможни около 1000 симулации. Друг начин да постигнем същата точност е да разпаралелим локацията на елемента с максимално тегло – това е най-„сложната“ операция.

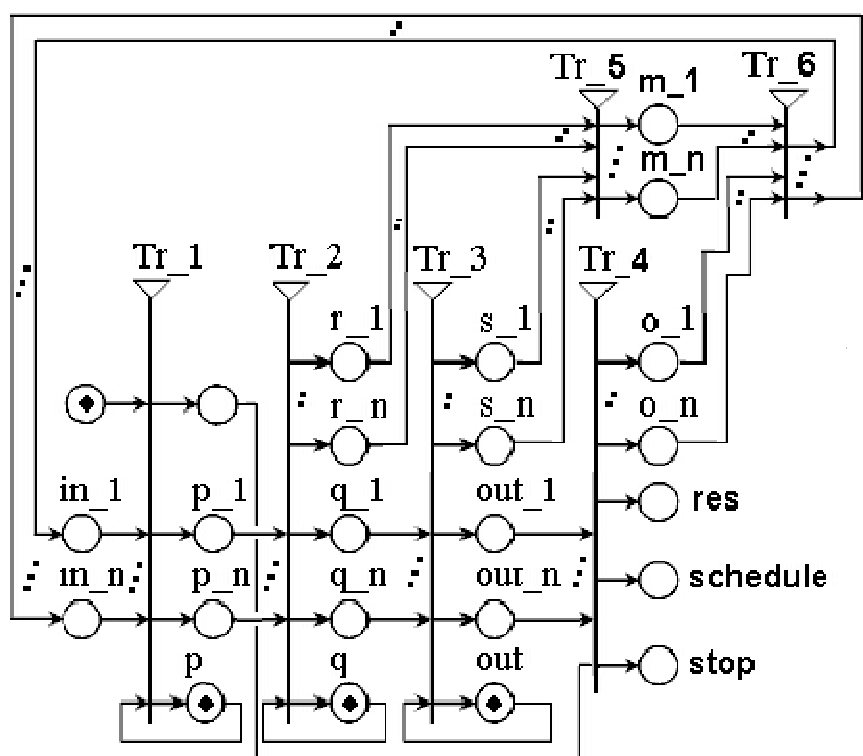
### 3.5 Изследване на Пропускателната способност (ПС) на комутационното поле под управление на алгоритмите за 4 модела входящ трафик.

Това изследване представя резултатите от компютърна симулация на обобщения мрежов модел на добре познатия PIM-алгоритъм (Parallel Iterative Matching) [1, 11]. В този модел виртуалните изходни опашки (VOQ) са изрично посочени. Резултатите от компютърното му симулиране са извършени за режим на голямо входно натоварване с равновероятно разпределение на натоварването по изходите на възела. Това дава основа за анализ и сравнение на съвременните алгоритми, използвани в комутаторите.

#### 3.5.1 Изграждане на обобщен мрежов модел на алгоритъма

Позиции  $in_1, in_2, \dots, in_n$  моделират входовете на превключвателя. В първоначалното състояние те съдържат ядрата, представляващи приложенията на матрицата на трафика. Тоест ядрата в първата позиция представляват претенциите на първия ред на матрицата на трафика (едно ядро представлява един елемент  $t_{ij}$  - тоест една опашка VOQ) и т.н. Броят на елементите в ред съответства на броя на виртуалните опашки на този вход (броят на изходите на комутатора е  $n$ ).

Преходите  $Tr_1, Tr_2, Tr_3$  моделират съответно първия, втория и третия етап на PIM алгоритъма. Преход  $Tr_4$  генерира график. Виртуалните изходни опашки по време на изпълнение на OS модел се поддържат от преходи  $Tr_5, Tr_6$  и позиции  $r_1, \dots, r_n, s_1, \dots, s_n, m_1, \dots, m_n, o_1, \dots, o_n$ . Официалният анализ на OS-модела потвърди получаването на график без конфликти.



Графична форма на ОМ-модел на PIM-алгоритъм

Използвайки характерните функции на ядрата, моделът включва възможността за получаване на стойности за пропускателната способност (чрез броя на превключванията на превключвателя на матрицата за изпълнение на получения график). Компютърната симулация трябва да отговори на въпроси относно количествените характеристики на изчисления график.

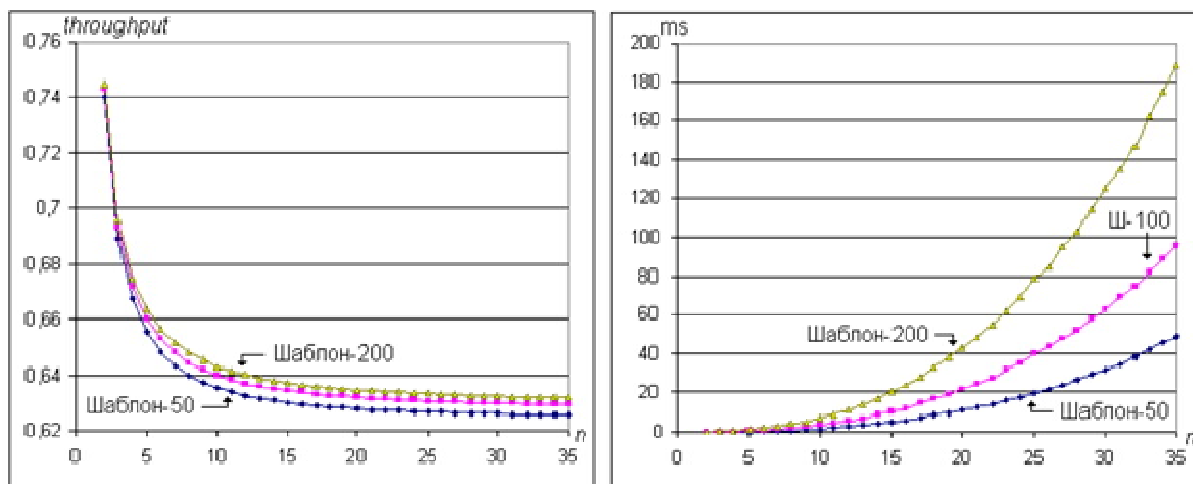
### 3.5.2 Изчислителни експерименти

За изчислителни експерименти беше използван IBM съвместим компютър с процесор Pentium IV с тактова честота 3000 MHz и 2 GB RAM. За програмиране е използван софтуерният пакет Vfort, предоставен от Московския институт по математическо моделиране на Руската академия на науките за бесплатно ползване [12]. Практическо ограничение за експериментите беше времето за изпълнение на програмния код.

Входните данни за алгоритъма са матрицата  $T$  на входящите заявки за превключване. При размерност  $n \times n$  ( $n=2, 3, 4 \dots \in N$ ), всеки негов елемент приема стойността според избрания шаблон за входящ трафик. В тази работа извършихме моделиране, използвайки шаблони за голямо входно натоварване с

равномерно разпределение на натоварването върху изходите на възела (равномерно). Използва се: Шаблон 50 е матрицата на идентичност  $T$ , чиито елементи се умножават по скалара 50; Шаблон 100 е идентичната матрица, умножена по скалара 100; Шаблон 200 се умножава по 200. За всеки шаблон са проведени 10 000 симулации.

Фигура 2 и Фигура 3 показват резултатите от алгоритъма (осреднени стойности за 10 000 симулации). Хоризонталната координатна ос показва размерността  $n$  на входната матрица  $T$  (от 2 до 35). Лявата вертикална ос показва броя  $k$  на изходните матрици  $Q_i$ , намалени до пропускателната способност на комутатора - взета за 1 (коефициентът на използване на изходните линии - пропускателна способност). На лявата вертикална ос Фиг.4 - време за изчисляване на графика (в милисекунди). Кривите съответстват на резултатите, получени със съответните шаблони (uniform) на трафика.



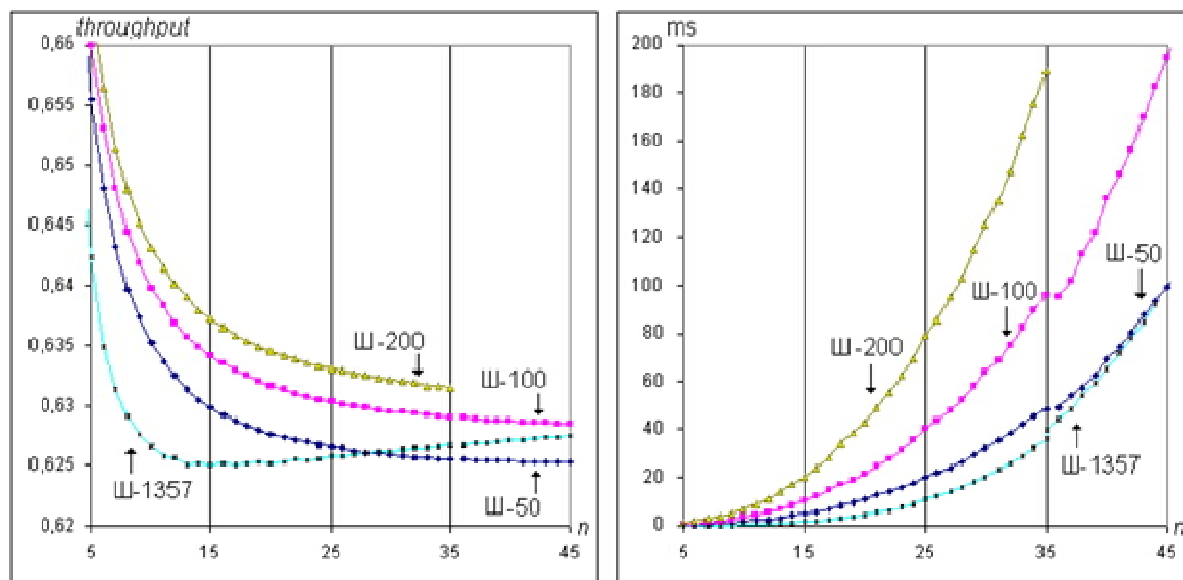
С увеличаване на размера на матрицата на трафика (комутационно поле), резултатите от компютърната симулация клонят към известната теоретично изчислена граница от  $\sim 63,2\%$  (точно  $= 1-1/e$ ). Пропускателната способност монотонно се стреми към тази граница и колкото "по-тежък" е шаблонът, толкова по-бърз. Виртуалните изходни опашки са моделирани адекватно.

Времето за изчисление има линейна зависимост от натоварването (Template-100 изразходва два пъти повече време от Template-50, Template-200 - четири пъти) и е пропорционално на куба от  $n$ . Имайки предвид, че компютърната симулация е извършена на еднопроцесорен персонален компютър и не е измерена времевата скала на циклите на операционната система, а времето на процесора, тогава времевата сложност трябва да бъде намалена със степени на  $n$ . Тоест времето за изпълнение на

PIM алгоритъма зависи до втора степен от размерността на превключвателя, което съвпада с теорията.

Шаблоните от посочения тип, в допълнение към равномерната зависимост, „носят” със себе си стойността на входящия буфер, която е линейно зависима от размерността на комутатора  $n$  ( $50.n; 100.n; 200.n$ ). Какво се случва, когато второто условие не е изпълнено? Конструирахме Template-1357, чийто размер на входния буфер е повдигнат на квадрат по  $n$ , използвайки известните числа на Питагор (сумата от  $n$  последователни нечетни цели числа е равна на квадрат от  $n$ ). Първата колона на Template-1357 съдържа  $n$  числа:  $1, 3, 5, \dots, 2n-1$ . Втората колона е числата  $2n-1, 1, 3, \dots, 2n-3$  и т.н. Матрицата  $T$  ще остане със свойството равномерност.

Фигура 4 и Фигура 5 показват резултатите от алгоритъма (еднакъв за 10 000 симулации) за Template-1357 в сравнение с предишната серия от симулации.



Фиг.4 Пропускателна способност за Ш-1357. Фиг.5 Време за изчисление - Ш-1357

"Питагоровият" модел очевидно по-бързо се сближава с известната граница. Например, за  $n=35$ , използването на изходните канали е по-високо от това на Template-50 и времето за изчисляване на графика е по-малко. Проведохме допълнителна серия от симулации за измерението  $35 \times 45$ , но не навлязохме в зоната на пресичане с Template-100. Изследваният диапазон от измерения  $n$  е малък за отговор на въпроса за формата на кривата на резултатите от Template-1357. Докато може да се говори за сходство с кривата на резултата от две противоположни влияния. Във физиката това е случай с потенциален кладенец.

Типът подход към известната граница за Шаблон-1357 все още не е ясен. Понататъшните изследвания ще изискват сериозна изчислителна мощност, като например мрежова система, поради зависимостта на времето за симулация в куба от измерението  $n$ .

Компютърна симулация, използваща Обобщена мрежа за режим на генерализирано тежко входно натоварване за комутационен възел с матричен комутатор, потвърждава теоретичните резултати. В някои частни случаи се получават зависимости на времето за изчисляване на безконфликтна схема за превключване от стойността на входните буфери.

### 3.6 Изводи

Представени са резултатите от изчислителни експерименти за алгоритъма, включително режими на средно и малко равномерно разпределено (равномерно) входно натоварване. Те могат да се превърнат в референтна база за сравняване на резултатите от други алгоритми.

Компютърната симулация на алгоритъма PIM се основава на неговия обобщен мрежов модел. В резултат на симулациите бяха получени стойности за използване на честотната лента на изходните канали на комутационния възел, броя на комутаторите на комутационната матрица и средния брой пакети, предадени през един комутатор. Заключение е, че средният брой  $k$  на изчислените безконфликтни матрици на графика за превключване може да служи като оценка за ефективността на алгоритъма, тъй като корелира добре с другите параметри на получения график.

ОМ-моделът представя ясен паралелизъм на процесите на алгоритъма. Използваният формален апарат дава възможност за получаване на количествени характеристики в резултат на работа на моделиращ алгоритъм. ОМ-моделът е много подходящ за числени симулации.

Разработено е семейство от шаблони за симулиране на неравномерен трафик. Показани са резултатите от компютърните симулации, проведени на гريد-кълстерите на ЦЕРН. Симулациите използват алгоритъма PIM за безконфликтно разписание, специфициран от апарата на Обобщени мрежи. В дизайна на разработения ОМ-модел е въведена допълнителната позиция  $p$ , която позволява да се получи симетрия в специфицирането на трите фази на алгоритъма.

Апаратът на Обобщени мрежи се прилага за описание на LPF-алгоритъма за моделиране на безконфликтно разписание за комутатор на пакети с матричен превключвател. Моделирането в контекста на ОМ води до безконфликтно разписание.



За изчислението на параметрите, описващи способността на пропускателната способност да клони към горната си граница, когато е имплементиран LPF-алгоритъмът, се използва числена процедура. От получения резултат можем да заключим, че за да получим сходимост, ще са ни нужни 100 пъти по-големи симулации. Симулацията ще бъде трудна за имплементиране поради високата си сложност. Показано е, че времето за изпълнение зависи от степента на размерността  $O(n \exp(4,7))$ . Възможностите за намаляване времевата сложност на алгоритъма са обект на по-нататъшни изследвания.

В резултат на това са направени следните заключения:

1. Показано е, че апаратът на обобщените мрежи може да се използва за моделиране и анализ на паралелни процеси в алгоритми, използвани в комутаторите.
2. Предложени са ОМ-модели на PIM и LPF алгоритми. Моделирането в контекста на ОМ води до явно обозначаване на точки на синхронизация на паралелните процеси в PIM алгоритъма.
3. Симулацията на алгоритъма PIM за предложеното семейство шаблони показва, че пропускателната способност клони към горна граница, която е по-малка от 100% и по-голяма от 76% (по-нататък е получена стойността  $0.775 \pm 0.01$ ).

Съдържанието на тази глава е отразено в публикациите:

1. Tashev T., Monov V.. Modeling of the hotspot load traffic for crossbar switch node by means of Generalized Nets. 6th IEEE International Conference on Intelligent Systems, IEEE, 2012, ISBN: 978-146732782-4, DOI:10.1109/IS.2012.6335214, p.187-191 (Scopus)
2. Tashev, T. D., Marinov, M. B., Tasheva, R. P., Alexandrov, A. K.. Generalized nets model of the LPF-algorithm of the crossbar switch node for determining LPF-execution time complexity. AIP Conference Proceedings, 1, 2333, American Institute of Physics Inc., NY 11747-4501, USA, 2021, ISBN: 978-073544077-7, ISSN: 0094243X, DOI:10.1063/5.0042856, 090039. SJR (Scopus):0.177

## Глава 4. Нов алгоритъм за безконфликтно разписание MiMa.

Апаратът на Обобщените мрежи е използван в тази глава за описване на алгоритъма MiMa, който изчислява безконфликтното разписание на пакетен комутатор. Предлага се семейство шаблони за симулиране на неравномерен трафик.

### 4.1 "Слаб (soft)" и "тежък (hard)" критерий за конфликтност при "тегловни" алгоритми.

Заявките за предаване на пакети чрез матричен превключвател, превключващ ( $n \times n$ ) реда е представен чрез матрица  $\mathbf{R}$  ( $n \times n$ ), наречена матрица на заявките ( $n$  е цяло число). Матрицата  $\mathbf{R}$  описва еднопосочно предаване на пакети от входящите към изходящите редове. Всеки елемент  $r_{ij}$  ( $r_{ij} \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ) на матрицата на заявките представлява заявка за предаване на пакет от вход  $i$  към изход  $j$ . Например  $r_{ij} = a1$  означава, че  $a1$  на брой пакета трябва да бъдат предадени от  $i$ -тия вход на  $j$ -тия изход на превключвателя [3].

Получава се конфликт, когато в произволен ред на матрицата  $\mathbf{R}$  броят заявки е по-голям от единица. Това съответства на ситуация, в която някой предавател обявява пакети за повече от един получател. Ако в произволен стълб на матрицата  $\mathbf{R}$  има повече от един елемент, различен от нула (0), това също показва наличието на конфликт. Избягването на конфликти е тясно свързано с ефективността на комутационния възел. За да получим безконфликтно разписание, е необходимо да изчислим поредицата от безконфликтни матрици  $Q_1, \dots, Q_k$  така че тяхната сума да бъде равна на тази на заявките в матрицата  $\mathbf{R}$ . Всеки ред и стълб на матриците  $Q_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$  съдържа не повече от един елемент, равен на 1, а останалите елементи са равни на нула (0) [5].

#### 4.1.1 Алгоритъмът MiMa

Алгоритъмът MiMa е проектиран да изчислява безконфликтно разписание в комутатора чрез виртуални опашки на изхода. Той е базиран на нов критерий за селектиране на безконфликтни решения. След анализирането на различни видове критерии за безконфликтни решения [6] ние открихме, че най-важният критерий е свързан със запълнеността на виртуалните опашки на изхода и притежава следните две форми [11]:

**Слаба форма:** Елиминирането на конфликти започва с онези, разположени в само в стълба (или само в реда) на матрицата  $\mathbf{R}$  на заявките, където има максимален брой конфликти.

**Силна форма:** Елиминирането на конфликти започва с онези, разположени в реда (стълба) на матрицата  $R$ , където има максимален брой конфликти.

**Пълна форма:** Елиминирането на конфликти започва с онези, разположени в елемент на матрицата, който има максимална сума на конфликтите в редовете и стълбовете си.

За слабата и силна форма въвеждаме термините „тегло на конфликтите на реда“  $Col(n)$  и „тегло на конфликтите в стълба“  $Row(n)$  [11]. За пълната форма на критерия – терминът „тегло на заявката“  $w_{i,j}(n)$  за заявка от входа  $i$  към изхода  $j$  е дефиниран в [12]. Предлагаме алгоритъма MiMa, прилагащ слабата форма. Целта е да получим оптимално разписание на трафика.

Ще дадем кратко описание на алгоритъма MiMa (с цел изчисляване на матрицата  $Q_1$ ) [13].

**Начало.** Най-напред въвеждаме  $n$  и  $R(n, r_{ij}, i, j \in \{1, \dots, n\})$ .

(1) Пресмята се векторът-стълб  $Col(n)$ , който се състои от сумата от конфликтите на всеки ред (тегло на конфликтите в реда). Ако няма заявки (векторът-стълб съдържа само 0-елементи) **тогава** отиваме на **Край**; **в противен случай** – продължаваме.

(2) Векторът-ред  $Row(n)$ , който се състои от сумата от конфликтите във всеки стълб (теглото на конфликтите в стълба), също се пресмята. Във вектора-ред избираме най-големия елемент, който определя стълба с най-много конфликти. Във вектора-стълб избираме най-големия елемент, който определя предавателя с най-много конфликти.

(3) Ако има заявка в пресечната точка на реда и стълба, **тогава** вземаме тази заявка като елемент от безконфликтната матрица  $Q_1$ . Записваме временно нулево тегло за тези входящи и изходящи редове. Отиваме на (1); **в противен случай** (ако няма заявка) избираме елемент от вектора  $Col(n)$ , който е най-близък до стойността на максималното тегло (селекцията в реда остава същата).

(4) Проверяваме дали има елемент (заявка) в пресечната точка, след което продължаваме по същия начин като в (3) (пропускаме подробностите). Като резултат в избрания стълб на  $R$  имаме заявка, избрана за комутация (ако изобщо съществува такава заявка). Редът и стълбът, съдържащи избраната заявка се изключват от изчисляването на  $Q_1$ . Отиваме на (1).

**Край.**

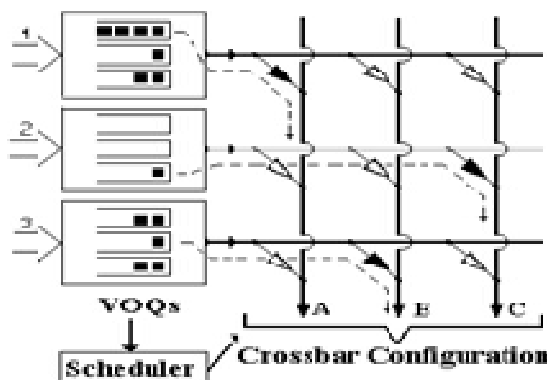
Следващите елементи от  $Q_1$  се изчисляват като се повтаря процедурата (1)-(4). Като резултат матрицата  $Q_1$  може да се състои от елементите с максимално тегло на конфликтите от  $R$ . Следващите безконфликтни матрици  $Q_2, \dots, Q_k$  се изчисляват по подобен начин. Последната матрица  $Q_m$  ще съдържа само безконфликтните заявки от матрицата  $R$ .

Нашият модел е разработен за комутационен възел с еднакъв брой редове (входове и изходи). Графичният му вид е показан на Фигура 2. В първия момент от текущото време за моделиране ядрото (едно) навлиза в позиция  $l_1$  (старт). Това ядро представлява заявките за предаване на пакети. Всички пакети имат еднакъв размер. Ядрото има начална характеристика: " $ch_0 = (pr_1ch_0, pr_2ch_0) = \langle n, R \rangle$ " (тук  $n$  обозначава броя входящи/изходящи редове, а  $R$  е матрицата на заявките). Краят на изпълнението на MiMa-алгоритъма е обозначен с пристигането на едно ядро в позиция  $l_{22}$  (стоп). В този момент позиция  $l_{20}$  съдържа ядрата на окончателното безконфликтно разписание (ядрата представляват решенията  $Q_1, Q_2, \dots, Q_k$ ).

Моделът притежава способността да предоставя информация за броя превключващи конфигурации на комутационното поле (променливата  $k$ ), както и за броя пакети, предадени по време на една комутация (променливата  $r$ ).

#### 4.2 Обобщено-мрежови модел на нов "тегловен" алгоритъм - MiMa.

Матричният комутатор е устройство, което максимизира скоростта за прехвърляне на данни чрез употребата на паралелно съществуващи пътища между входящите и изходящите редове в комутационното поле на възела [1]. Това се осъществява чрез разписанието за безконфликтна комутация, изчислено от контролния блок на комутационния възел (Фигура 1)



Фигура 1

От теоретична гледна точка изчислението на такова разписание има NP-сложност [3]. Съществуващите класически алгоритми (PIM [4], iSLIP [5]) решават задачата само отчасти. Сега са необходими по-ефективни алгоритми за изчисляване на разписанието. Разбира се, тяхната ефективност трябва да бъде проверена [6], вижте например алгоритмите RR/LQF [2] и CTC(N) [7].

Продуктивността на възела се изчислява най-вече чрез пропускателната способност (THR) на комутатора за равномерен и неравномерен трафик [1], [2], [7]. Моделирането ѝ трябва да се извърши в голяма област на комутационното поле (от  $2 \times 2$  до поне  $100 \times 100$  входящи/изходящи редове). Подобни компютърни симулации, заедно с необходимите изчисления често се провеждат с помощта на гريد-кълъстери. В предишните си работи вече сме използвали такъв подход [8].

В изследването характеристиките на алгоритмите за комутиране много автори използват различни формални апарати, като невронни мрежи, теория на опашките и т.н. [7]. Тук ние използваме апарата на Обобщените мрежи (ОМ) [9], [10]. В частност използваме ОМ, за да опишем модела на нашия MiMa-алгоритъм (минимум от максимум) за комутационен възел с буфер на входа и виртуални опашки на изхода (VOQ). Освен това представяме резултати от проведените компютърни симулации на пропускателната способност чрез използване на предложените шаблони за неравномерен трафик.

Стъпките за обработване на информацията в MiMa-алгоритъма са ясно дефинирани и следователно можем да опишем ефективно тези процеси с помощта на Обобщените мрежи.

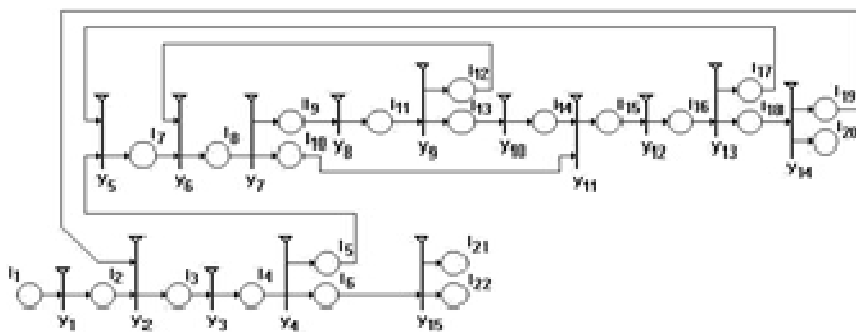
#### 4.2.1 Моделиране на алгоритъма

Описаните фази на алгоритъма водят до поне три цикъла в ОМ-модела. Разработихме модел на алгоритъма за възел с  $n$  входа и  $n$  изхода (Фигура 2).

Позициите в модела имат следните значения:

- $l_1$  – *старт* – начална информация;
- $l_2$  – ядрото съдържа тегловните коефициенти;
- $l_3$  – ядрото съдържа текущия вектор-стълб;
- $l_4$  – ядрото съдържа текущата сума на неизбраните заявки;
- $l_5$  – има заявки за предаване;
- $l_6$  – няма заявки за обслужване;

- $l_7$  – определен е изходящият ред с максимално тегло;
- $l_8$  – определена е сумата на текущите конфликти (за входовете);
- $l_9$  – можем да изберем входящия ред на заявката;
- $l_{10}$  – няма входящ ред за избиране;
- $l_{11}$  – определен е входящият ред с максимално тегло;
- $l_{12}$  – няма заявка в пресечната точка;
- $l_{13}$  – има заявка в пресечната точка;
- $l_{14}$  – избраният елемент от  $R$  е правилният;
- $l_{15}$  – изключваме текущия изходящ ред от по-нататъшен избор;
- $l_{16}$  – определена е сумата от конфликтите (за изходите);
- $l_{17}$  – може да бъде избран нов вход;
- $l_{18}$  – определено е текущото решение ( $Q_k$ ) за разписанието;
- $l_{19}$  – може да бъде изчислено ново решение за разписанието;
- $l_{20}$  – позиции на решенията  $Q_1, \dots, Q_k$ ;
- $l_{21}$  – грешка на входа;
- $l_{22}$  – *stop* – позиция за край на изчисляването на разписанието.



Фигура 2. Графична форма на OM-модела на MiMa-алгоритъма.

В началния (първия) момент  $l_1$  – *start*, ядрото навлиза в позиция с начална характеристика  $ch_0^{start} = \langle n, R \rangle$ . Във втория момент на текущото моделиране ядрото навлиза в позиция  $l_2$  и т.н.

Преходът  $Y_1$  осъществява началната фаза на MiMa-алгоритъма. В резултат на  $Y_1$  ядрото навлиза в позиция  $l_2$  с характеристика:  $\langle k=0, Q_k=0, Col(n), Row(n) \rangle$ , където  $Q_k$  е матрица, състояща се от елементите, необходими за конфигуриране на

комутационното поле;  $Col(n)$  се състои от изчислената сума от конфликтите във всеки ред;  $Row(n)$  се състои от изчислената сума от конфликтите във всеки стълб.

Преходът  $Y_2$  извършва изчислението на текущия вектор-стълб. Като резултат от  $Y_2$  едно ядро се премества на позиция  $l_3$  с характеристика:  $\langle Col\_m(n) := Col(n) \rangle$ .

Преходът  $Y_3$  извършва изчислението на текущия брой неселектирани заявки за предаване по редове. Като резултат от  $Y_3$  едно ядро се премества на позиция  $l_4$  с характеристика:  $Y\_0 = \sum_j Row(j)$  „, ( $j=1,2,\dots,n$ ).

Преходът  $Y_4$  извършва проверката: дали текущият брой неселектирани заявки за предаване е равен на нула? Ако ДА ( $Y\_0 = 0$ ), алгоритъмът прекратява работа (ядрото отива на позиция  $l_6$ ). Ако НЕ, алгоритъмът продължава работа (ядрото се премества на позиция  $l_5$ ).

Преходите  $Y_5 \div Y_{14}$  съответстват на стъпки(2)÷(4) в описанието. Преходът  $Y_{15}$  дава съобщение за грешка на входа.

Краят на MiMa-алгоритъма е показан с преминаването на едно ядро в позиция  $l_{22}$  (stop). В този момент позицията  $l_{20}$  съдържа ядрата на окончателното безконфликтно разписание. Този резултат може да се разглежда като следствие от строгия формален апарат на ОМ.

#### 4.2.2 Формално описание на ОМ-модела на MiMa-алгоритъма

Формата на първия преход в ОМ-модела е:

$$Y_1 = \langle L_1', L_1'', r_1, \vee (L_1') \rangle$$

където  $L_1' = \{ l_1 \}$ ;  $L_1'' = \{ l_2 \}$

$$\text{а матрицата на индексите е: } r_1 = \begin{array}{c|c} & l_2 \\ l_1 & true \end{array}$$

Характеристичната функция е:

- $\Phi_2 = "k=0, Q_k=0, Col(n), Row(n)"$  „

Формата на следните преходи в ОМ-модела са:

$$Y_2 = \langle L_2', L_2'', r_2, \vee (L_2') \rangle$$

където  $L_2' = \{ l_2, l_{19} \}$ ;  $L_2'' = \{ l_3 \}$

$$r_2 = \begin{array}{c|c} & l_3 \\ l_2 & true \\ l_{19} & true \end{array}$$

- $\Phi_3 = "Col\_m(n) := Col(n); Col\_t(n) := Col\_m(n); Row\_t(n) := Row(n)"$  „

$$Y_3 = \langle L_3', L_3'', r_3, \vee (L_3') \rangle$$

където  $L_3' = \{l_3\}; L_3'' = \{l_4\}$

$$r_3 = \frac{l_4}{l_3 \mid true}$$

$$\bullet \Phi_4 = "Y_0 := \sum_j Row(j) \text{ ", } (j=1,2,\dots,n) .$$

$$Y_4 = \langle L_4', L_4'', r_4, \vee (L_4') \rangle$$

където  $L_4' = \{l_4\}; L_4'' = \{l_5, l_6\}$

$$r_4 = \frac{l_5 \quad l_6}{l_4 \mid \neg end \quad end}$$

Предикатът в  $r_4$  има следната форма:

$$\bullet end = "Y_0 = 0"$$

Характеристичните функции са:

$$\bullet \Phi_5 = "r := 0; k := k+1"$$

$$\bullet \Phi_6 = "toend"$$

$$Y_5 = \langle L_5', L_5'', r_5, \vee (L_5') \rangle$$

където  $L_5' = \{l_5, l_{17}\}; L_5'' = \{l_7\}$

$$r_5 = \frac{l_7}{l_5 \mid true \quad l_{17} \mid true}$$

$$\bullet \Phi_7 = "j\_num := \max[Row\_t(n)]"$$

$$Y_6 = \langle L_6', L_6'', r_6, \vee (L_6') \rangle$$

където  $L_6' = \{l_7, l_{12}\}; L_6'' = \{l_8\}$

$$r_6 = \frac{l_8}{l_7 \mid true \quad l_{12} \mid true}$$

$$\bullet \Phi_8 = "X := \sum_i Col\_t(i) \text{ ", } (i=1,2,\dots,n) .$$

$$Y_7 = \langle L_7', L_7'', r_7, \vee (L_7') \rangle$$

където  $L_7' = \{l_8\}; L_7'' = \{l_9, l_{10}\}$



$$r_7 = \frac{l_9 \quad l_{10}}{l_8 \mid -sum\_X \quad sum\_X}$$

Предикат в  $r_7$  има следната форма:

- $sum\_X = "X = 0"$

Характеристичните функции са:

- $\Phi_9 = "*" "$
- $\Phi_{10} = "*" "$

$$Y_8 = \langle L_8', L_8'', r_8, \vee (L_8') \rangle$$

където  $L_8' = \{l_9\}; L_8'' = \{l_{11}\}$

$$r_8 = \frac{l_{11}}{l_9 \mid true}$$

- $\Phi_{11} = "i\_num := \max[Col\_t(n)]"$

$$Y_9 = \langle L_9', L_9'', r_9, \vee (L_9') \rangle$$

където  $L_9' = \{l_{11}\}; L_9'' = \{l_{12}, l_{13}\}$

$$r_9 = \frac{l_{12} \quad l_{13}}{l_{11} \mid \neg match \quad match}$$

Предикатът в  $r_9$  има следната форма:

- $match = "R(i\_num, j\_num) \neq 0"$

Характеристичните функции са:

- $\Phi_{12} = "Col\_t(i\_num) := 0"$
- $\Phi_{13} = "r := r+1"$

$$Y_{10} = \langle L_{10}', L_{10}'', r_{10}, \vee (L_{10}') \rangle$$

където  $L_{10}' = \{l_{13}\}; L_{10}'' = \{l_{14}\}$

$$r_{10} = \frac{l_{14}}{l_{13} \mid true}$$

- $\Phi_{14} = "Q_k(i\_num, j\_num) := 1; R(i\_num, j\_num) := 0; Col\_m(i\_num) := 0; Row(j\_num) := Row(j\_num) - 1; Col(i\_num) := Col(i\_num) - 1"$

$$Y_{11} = \langle L_{11}', L_{11}'', r_{11}, \vee (L_{11}') \rangle$$

където  $L_{11}' = \{l_{10}, l_{14}\}; L_{11}'' = \{l_{15}\}$

$$r_{11} = \frac{l_{10}}{l_{14}} \left| \begin{array}{c} l_{15} \\ true \end{array} \right.$$

- $\Phi_{15} = "Col\_t(n) := Col\_m(n); Row\_t(j\_num) := 0"$

$$Y_{12} = \langle L_{12}', L_{12}'', r_{12}, \vee (L_{12}') \rangle$$

$$\text{където } L_{12}' = \{l_{15}\}; L_{12}'' = \{l_{16}\}$$

$$r_{12} = \frac{l_{15}}{l_{16}} \left| \begin{array}{c} l_{16} \\ true \end{array} \right.$$

- $\Phi_{16} = "Y := \sum_j Row\_t(j) \text{ ", } (j=1,2,\dots,n) .$

$$Y_{13} = \langle L_{13}', L_{13}'', r_{13}, \vee (L_{13}') \rangle$$

$$\text{където } L_{13}' = \{l_{16}\}; L_{13}'' = \{l_{17}, l_{18}\}$$

$$r_{13} = \frac{l_{17}}{l_{16}} \left| \begin{array}{cc} l_{18} & \\ -sum\_Y & sum\_Y \end{array} \right.$$

Предикатът в  $r_{13}$  има следната форма:

- $sum\_Y = "Y = 0"$

Характеристичните функции са:

- $\Phi_{17} = "*" "$

- $\Phi_{18} = "Q_k \text{ is ready} "$

$$Y_{14} = \langle L_{14}', L_{14}'', r_{14}, \vee (L_{14}') \rangle$$

$$\text{където } L_{14}' = \{l_{18}\}; L_{14}'' = \{l_{19}, l_{20}\}$$

$$r_{14} = \frac{l_{19}}{l_{18}} \left| \begin{array}{cc} l_{20} & \\ true & true \end{array} \right.$$

Характеристичните функции са:

- $\Phi_{19} = "*" "$

- $\Phi_{20} = "Q_k, k, r"$

Формата на последния преход в OM-модела е:

$$Y_{15} = \langle L_{15}', L_{15}'', r_{15}, \vee \{L_{15}'\} \rangle$$

$$\text{където } L_{15}' = \{l_6\}; L_{15}'' = \{l_{21}, l_{22}\}$$

$$r_{15} = \frac{l_{21}}{l_6} \left| \begin{array}{cc} l_{22} & \\ error & \neg error \end{array} \right.$$

Предикатът в  $r_{15}$  има следната форма:

- $error = k = 0$

Характеристичните функции са:

- $\Phi_{21} = \text{inputerror}$
- $\Phi_{22} = \text{stop}$

Всеки от преходите има един и същ приоритет. Това се отнася и за ядрата. Анализът на модела посредством ОМ доказва, че той дава безконфликтно разписание.

Моделът предоставя информация за броя  $k$  на конфигурациите на полето на матричния превключвател. Тази информация ще бъде използвана за изчисление на средната пропускателна способност.

#### 4.2.3 Семейство шаблони за неравномерен трафик

В случай на равномерен трафик всички елементи на матрицата  $R$  са равни помежду си [1], [4]. В нашата компютърна симулация предлагаме няколко типа неравномерни матрици  $R$ . В тези матрици общият брой пакети във всеки ред и стълб в матрицата  $R$  са равни. Наричаме тези матрици семейство шаблони за неравномерен трафик. Те притежават следните свойства[8]:

- лесно генериране за произволен размер на комутатора ( $n \times n$ );
- генерирането не зависи от вида на използвания хардуер, компилатор и операционна система;
- тяхното оптимално безконфликтно разписание е известно.

Предложеното семейство шаблони е базирано на модела на трафика, който наричаме модел на Чао (хотспот). Този модел се определя от:  $\lambda_{ij} = 0,5\rho a_i = j i \lambda_{ij} = 0,5\rho/(n-1)$  в противен случай,  $i, j \in 1, \dots, n$ , където  $\rho$  е интензитетът на товара на всеки вход (равномерно разпределение на Бернули) [18].

Първият тип матрици в семейството шаблони се нарича  $Chao_1$ . Оптималното му разписание изисква  $2(n-1)$  комутации на матричния превключвател за възел с размери  $n \times n$ . В общия случай  $i$ -тия тип на матрицата се обозначава като  $Chao_i$ . Оптималното й разписание изисква  $2i(n-1)$  комутации на матричния превключвател за възел с размери  $n \times n$  [8]. Тези типове матрици са показани на Фигура 3.

$$R_{(2 \times 2)}^1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad R_{(3 \times 3)}^1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \dots \quad R_{(k \times k)}^1 = \begin{bmatrix} (k-1) & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & (k-1) \end{bmatrix}$$

Фигура 3. Матрици от типовете  $Chao_1$  и  $Chao_i$

В това изследване използваме разширени и огледални шаблони. Примерът за случая  $Chao_1$  (за размер  $3 \times 3$ ) е показан на Фигура 4. В този случай резултантната пропускателна способност е усреднена за  $n$  симулации за всеки размер на комутатора ( $n \times n$ ).

$$R_{(3 \times 3)z}^1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

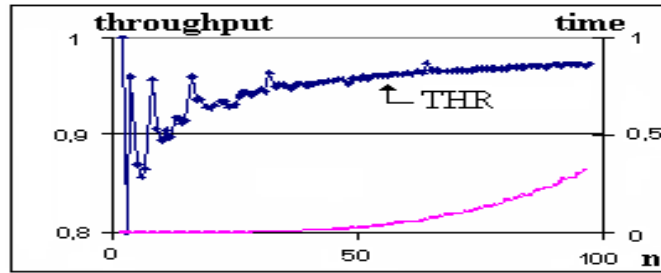
Фигура 4. Пример за матрици от типовете  $Chao_z^1$  за комутационен възел с размер  $(3 \times 3)$

#### 4.2.4 Резултати от гريد-симулациите

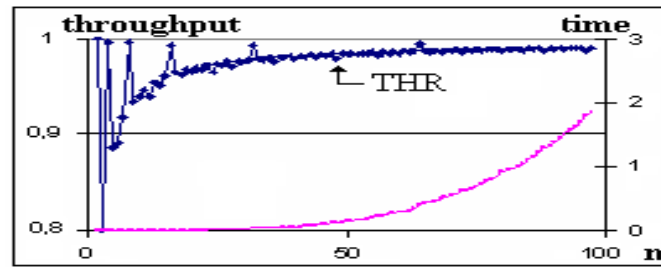
Преходът от ОМ-модела към изчисляващата програма е осъществен както е показано в [19]. Кодът е създаден с помощта на пакета Vfort (със свободен достъп) [20]. Той е компилиран с помощта на гريد-кълстера BG01-IPP на ИИКТ-БАН ([www.grid.bas.bg](http://www.grid.bas.bg)). Резултантният код се изпълнява локално на гريد-кълстера. Операционната система eScientificLinux rel.6.5. Използвахме следните ресурси: до 16 процесора (2 blades), 32 нишки, 2GB RAM. Времето за изпълнение е < 72 часа [21].

Във фигурите по-долу  $Chao_z^i$  е означено като Cz-i за  $i=1,2,\dots$ . Фигура 5 показва резултатите от компютърната симулация на MiMa-алгоритъма с входящ параметър  $Chao_z^1$ . Размерите на превключващата матрица са симулирани от  $3 \times 3$  до  $97 \times 97$ . Резултантната пропускателна способност е усреднена за  $n$  симулации за всеки размер на превключвателя ( $n \times n$ ). Пропускателната способност за една симулация се изчислява като  $(2i(n-1))/k$ , т.е. нормализирана към пълната пропускателна способност на комутационния възел (1 е равно на 100%); времето е дадено в секунди.

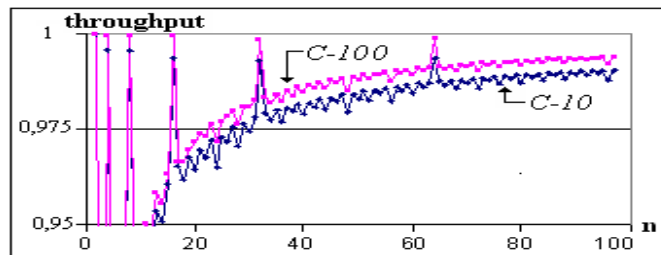
Фигура 6 представя резултатите при входящ параметър  $Chao_z^{10}$ , а Фигура 7 представя резултатите при  $Chao_z^{100}$ . Като сравним двете фигури, виждаме, че пропускателната способност се увеличава, когато броя на шаблоните ( $i$ ) е голям, като времето за изпълнение също се увеличава. Експерименталните резултати показват, че скоростта на доближаването до определена граница също се увеличава (Фигура 7).



Фигура 5. Резултати за ПС и времето за изпълнение при  $Cz-1$

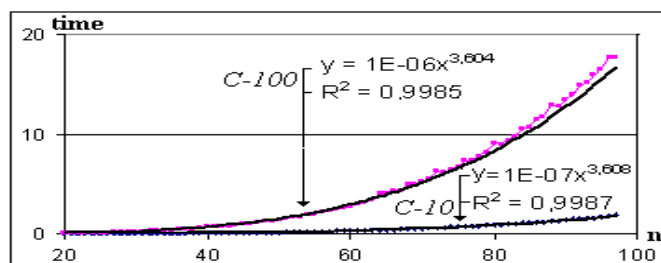


Фигура 6. Резултати за ПС и времето за изпълнение при  $Cz-10$



Фигура 7. Сравнение на ПС за шаблони  $Cz-10$  и  $Cz-100$

Фигура 8 представя сравнението на времето за изпълнение за шаблоните  $Chao_z^{10}$  и  $Chao_z^{100}$ . Тук  $y$  е приближението на полиномите за размера на матрицата  $R$  от  $13 \times 13$  до  $97 \times 97$ ;  $R^2$  е корелацията в данните.



Фигура 8. Сравнение на времето за изпълнение за шаблоните  $Cz-10$  и  $Cz-100$

Фигурите от 5 до 8 показват, че границата на THR е по-малка от 100%, но клони към тази стойност. Освен това е показано, че времето за изпълнение нараства линейно (за  $Cz-1 \rightarrow 2 \times 10^{-8}$  сек,  $Cz-10 \rightarrow 1 \times 10^{-7}$  сек,  $Cz-100 \rightarrow 1 \times 10^{-6}$  сек) с увеличаване индекса на шаблона  $i$  за  $i=1,10,100$ . Това отговаря на линейно нарастване размера на входящия буфер.

Зависимостта на времето за изпълнение е пропорционална на степента на измерението  $O(n^{3,6})$ . В частност, за  $Cz-1$  степента е 3,596, за  $Cz-10$  тя е 3,604, а за  $Cz-100$  е 3,608. Това време включва изчислението  $i.2.(n-1)$  на решенията за комутации. Така че сложността на времето за едно решение (една матрица  $Q_i$ ) трябва да се намали с една степен. Следователно за шаблон  $Chao_i$  времето за изпълнение на MiMa-алгоритъма е пропорционално на степента на  $n$  равна на 2,6. Това е много близо до известното минимално теоретично изчислено  $O(N^{5/2})$  [16] за сложността на тегловните алгоритми като MiMa-алгоритъма.

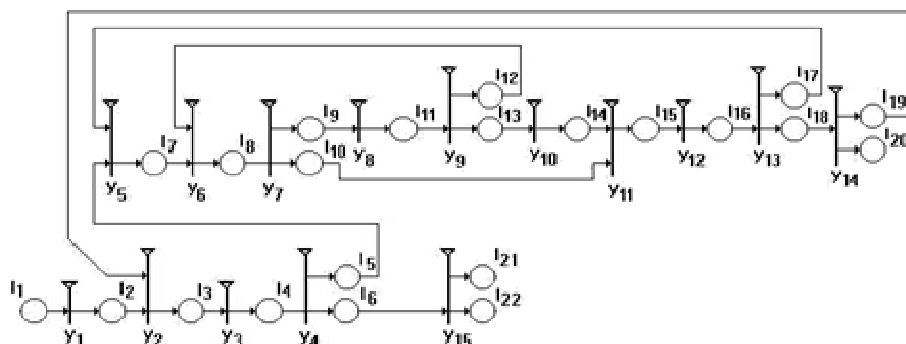
#### 4.3 Проверка на принципа "винаги избирай най-тежък коефициент". Варианти на MiMa "max-min", "min-max", "min-min"

Нов алгоритъм, наречен MiMa (Minimum от Maxima) е бил предложен от автора на този дисертационен труд. Пропускателната способност на превключвателя по време на работа на алгоритъма MiMa клони към 100% както за равномерен трафик [8], така и за трафик тип „гореща точка“ [9]. И в двата случая обаче има „тракане“ на ПС, когато се приближи до границата, за разлика от монотонното приближаване до границата на PS [10] за класическия PIM алгоритъм. Възниква въпросът дали е възможно да се модифицира MiMa-алгоритъмът, за да се получи по-„гладък“ ход на неговия ПС до краен предел.

В настоящия раздел изучаваме версия на алгоритъма MiMa с нов избор на начален елемент (min-max) в сравнение с оригиналната версия на алгоритъма (max-max). Получените резултати се сравняват с резултатите от симулацията на два други избора (max-min) и (min-min) за оригиналния елемент. На тази основа беше направено заключение относно коефициента на рентабилност на принципа „винаги избирайте максималното тегло“, който е в основата на оригиналния алгоритъм MiMa.

#### 4.3.1. OM-базиран моделът на MiMa

ОМ-базиран моделът на MiMa има възможност да дава информация за броя превключвания на матрични полета, информация за средния брой пакети, предадени с един превключвател и др. Анализът на модела показва, че е получен безконфликтен график.



### Графична форма на ОМ-модел на MiMa-алгоритъм.

Същността на алгоритъма се дава от характеристичната функция  $\Phi_7$  на прехода Y5 и от характеристичната функция  $\Phi_{11}$  на прехода Y8. Формално, с помощта на ОМ, това се записва като:

$$Y_5 = \langle L_5', L_5'', r_5, \vee (L_5') \rangle$$

$$Y_8 = \langle L_8', L_8'', r_8, \vee (L_8') \rangle$$

$$\text{където } L_5' = \{l_5, l_{17}\}; L_5'' = \{l_7\}, \quad r_5 = \frac{l_7}{l_5} \mid \begin{array}{l} true \\ l_{17} \mid true \end{array} \quad \text{където } L_8' = \{l_9\}; L_8'' = \{l_{11}\},$$

$$r_8 = \frac{l_{11}}{l_9 \mid true}$$

- $\Phi_7 = \text{"j num} := \max[\text{Row } t(n)]\text{"}$

- $\Phi_{11} = "$  i num := max[Col t(n)] "

Функцията  $\Phi_7$  определя номера на изходния порт, към който е деклариран максимален брой пакети за превключване (по текущия момент на симулация). Съответно след това функцията  $\Phi_{11}$  определя номера на входния порт, който има (към текущия момент на симулация) максимален брой заявки. Ако "пресечната точка" на тези числа в матрицата на претенциите за входящ трафик не е празна (има претенция), този пакет се избира за превключване. След това процесът се повтаря, докато се формира решение (безконфликтно) за превключване.

MiMa-алгоритъмът реализира дисциплината за избор на тип "max-max" - избира се елементът с максимални "тегла на конфликти" по изход и вход (в тази последователност). Следователно са възможни 3 модификации на алгоритъма: избор на тип "min-min"; избор на тип "max-min"; избор на тип "min-max" [12]. Изучихме първите две опции и за пълнотатрябва да проучим последната опция - „min-max“. Подолу са резултатите от ПС симулациите за него.

#### 4.3.2 Компютърна симулация на ПС

Преходът от ОМ-модела на MiMa-алгоритъма към програмата за симулационно моделиране се извършва съгласно [8]. За програмиране е използван софтуерният пакет Vfort [13]. При изчисленията е използвана решетчатата структура BG01-IPP (HP Cluster Platform Express 7000) на Института по информационни и комуникационни технологии (ИИКТ) на Българската академия на науките ([www.hpc.acad.bg](http://www.hpc.acad.bg)). Операционна система Scientific Linux rel. 6.5 (x8664). Използвали сме ресурси: до 32 нишки (2 блейда), 2GB RAM. Основното ограничение беше времето за изпълнение на симулациите (по-малко от 72 часа). Програмният код беше стартиран локално в мрежовата структура.

Входящият трафик използва модела на равномерно разпределен трафик с балансиран отоварване (i.i.d. Bernoulli uniform). Матрицата на заявките за превключване  $T^i_{(k \times k)}$  за него има вида, показан на фиг. 3 [8]. Индекс  $i$  е свързан със стойността на входния буфер.

$$T^1_{(2 \times 2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad T^1_{(3 \times 3)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots \quad T^1_{(k \times k)} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

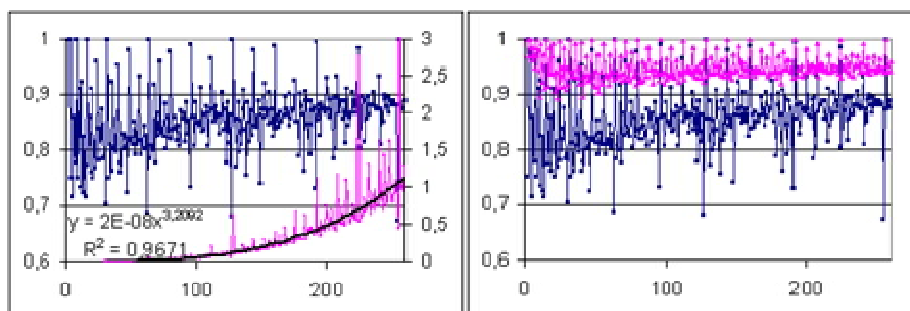
$$T^i_{(2 \times 2)} = \begin{bmatrix} i & i \\ i & i \end{bmatrix} \quad T^i_{(3 \times 3)} = \begin{bmatrix} i & i & i \\ i & i & i \\ i & i & i \end{bmatrix} \quad \dots \quad T^i_{(k \times k)} = \begin{bmatrix} i & \dots & i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ i & \dots & i \end{bmatrix}$$

Семейство шаблони за входящ трафик U-1, U-i.

Фигура 4 показва резултатите от алгоритъма за фамилията шаблони U-1 и U-10. Означението U-i се използва за трафик тип  $T^i$ . Симулациите се извършват за размерността на превключващото поле ( $k \times k$ ) на превключвателя на матрицата на възела от  $(3 \times 3)$  до  $(260 \times 260)$ . Размерът  $n$  на входната матрица  $T^i_{(k \times k)}$  е показан по

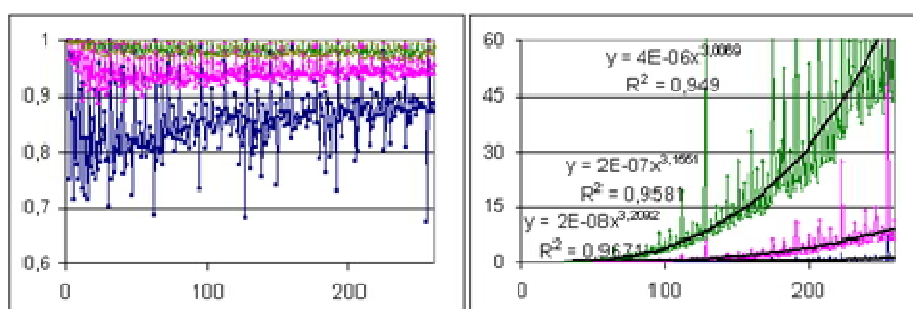


горизонталната координатна ос. Лявата вертикална ос показва пропускателната способност на алгоритъма. На дясната вертикална ос - време за изчисляване на графика (в секунди).



ПС за модифициран MiMa (U-1, време) и MiMa (U-1, U-10).

Фигура 5 показва ПС на алгоритъма за семейството от шаблони U-1, U-10, U-100 и времето за изчисление. ПС нараства с увеличаването на индекса  $i$  и клони към граничната ПС (100%). Времето за изчисление е от порядъка на третата степен на  $n$  и пропускателната способност нараства с нарастването на индекса  $i$  (1, 10, 100) на шаблона U.



ПС за MiMa (U-1, U-10, U-100) и време за изчисление

Получените данни са сравнени с резултатите от симулации за други варианти за избор на коефициенти на тежест. Фигура 6 показва сравнение с PS на оригиналния алгоритъм за U-1 трафик. За нашата модификация резултатът е по-лош. Същото се наблюдава за U-10 и U-100, като разликата намалява - както се очаква, тъй като и двете клонят към 100% PS в границата (с  $n$  и  $i$  клонят към безкрайност). Но за реален - ограничен - размер на входния буфер, оригиналният алгоритъм има предимство.

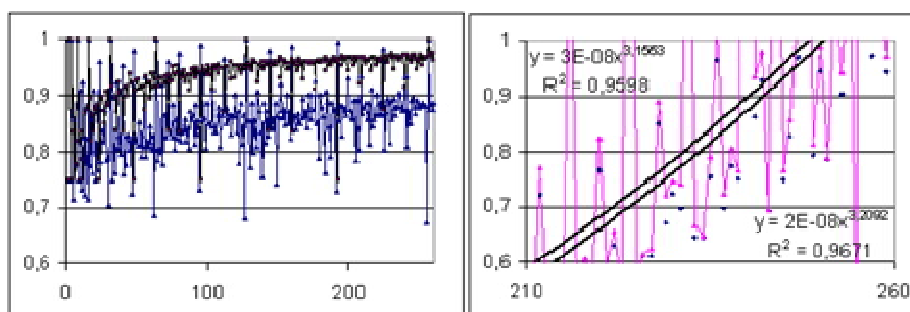
В сравнение със случая min-min, полученият резултат несъмнено е „по-добър“, затова не е показан тук. Но в сравнение с модификацията max-min, резултатът за PS беше неочакван - PS е същият! Затова трябваше да сравним времето за изчисления. Това

е показано на фиг. 6 - вдясно (за U-1). Фигура 7 показва сравнение на времето за изчисление за типове трафик U-10 и U-100. Последната изследвана модификация (обозначена с несвързани точки) има малко по-добро време за изчисление (по-малко). Опцията max-min е показана в свързаната времева крива.

#### 4.3.3. Сравнение на вариантите

Получените данни са сравнени с резултатите от симулации за други варианти за избор на коефициенти на тежест. Фигура 6 показва сравнение с ПС на оригиналния алгоритъм за U-1 трафик. За нашата модификация резултатът е по-лош. Същото се наблюдава за U-10 и U-100, като разликата намалява - както се очаква, тъй като и двете клонят към 100% PS в границата (с  $n$  и  $i$  клонят към безкрайност). Но за реален - ограничен - размер на входния буфер, оригиналният алгоритъм има предимство.

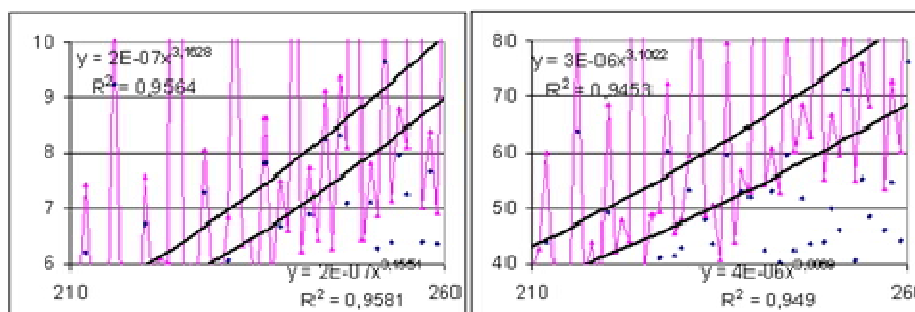
В сравнение със случая min-min, полученият резултат несъмнено е „по-добър“, затова не е показан тук. Но в сравнение с модификацията max-min, резултатът за PS беше неочакван - PS е същият! Затова трябваше да сравним времето за изчисления. Това е показано на фиг. 6 - вдясно (за U-1). Фигура 7 показва сравнение на времето за изчисление за типове трафик U-10 и U-100. Последната изследвана модификация (обозначена с несвързани точки) има малко по-добро време за изчисление (по-малко). Опцията max-min е показана в свързаната времева крива.



Сравнение на ПС (за MiMa и оригинален MiMa с U-1 трафик) и сравнение на времето за изчисление за MiMa и max-min-MiMa (U-1).

Основният извод е, че промяната на дисциплината за избор на начален елемент за превключване не доведе до „изглаждане“ на ПС при приближаване до границата. В допълнение, скоростта на нарастване на ПС до границата се забавя (по отношение на случая max-max).

Резултатите от симулацията водят до заключението, че вариантът max-max дава най-добър резултат



Сравнение на времето за изчисление за MiMa и max-min-MiMa с U-10, U-100 трафик.

#### 4.4 Изводи

Резултатите от нашата симулация на алгоритъма показват, че пропускателната способност клони към горната граница, която има максимална стойност 100%. Показахме, че сложността на MiMa-алгоритъма клони към оптималната теоретична такава. Следователно по-нататъшното увеличаване скоростта на изпълнение може да се постигне чрез използване на паралелни изчисления на преходите на алгоритъма.

Изследване е версия на алгоритъма MiMa с нов избор на начален елемент (min-max) в сравнение с оригиналната версия на алгоритъма (max-max). Получените резултати се сравняват с резултатите от симулацията на два други избора (max-min) и (min-min) за оригиналния елемент. Заключение е, че прилагането на принципа „необходимост от избор на максимално тегло“ (оригиналния алгоритъм MiMa) дава най-добри резултати за пропускателната способност на възела.

Съдържанието на тази глава е отразено в публикациите:

1. Tashev T., Marinov M., Monov V., Tasheva R.. Modeling of the MiMa-algorithm for crossbar switch by means of Generalized Nets. Proceedings of the 2016 IEEE 8th International Conference on Intelligent Systems (IS), 4-6 Sept. 2016, Sofia, Bulgaria., IEEE, 2016, ISBN: 978-1-5090-1354-8, DOI: 10.1109/IS.2016.7737486, p.593-598 (WoS, Scopus)
2. Ташев Т., Монов В., Петров П.. Эффективность принципа „выбрать максимальный вес“ для расчета пропускной способности коммутатора пакетов с использованием MiMa-алгоритма. Материалы XXI Международной научной конференции DCCN-2018, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, 2018, ISBN: 978-5-209-09082-3, с.71-78 (eLibrary)

## Глава 5. Числена процедура за точна горна граница на ПС на алгоритмите в зададен диапазон на размерност на комутационното поле

В настоящия раздел е описана числена процедура за изчисляване горната граница на THR (пропускателната способностна възела). Ако тя съществува, тогава решението е единствено. В тази процедура използваме резултатите от компютърната симулация на THR, проведена на гريد-структурата BG01-IPP на Института по информационни и комуникационни технологии ИИКТ-БАН. Нашето моделиране на THR използва PIM-алгоритъма [4], Чао-модела за „хотспот“ входящ трафик [5] и 100% интензитет на натоварването на всеки вход (равномерно разпределение на Бернули). Получените резултати дават горната граница на THR за  $n \in [3, 100]$ , което ни позволява да изчислим границата на THR за  $n \rightarrow \infty$ . Полученият резултат е 0.775.

### 5.1 Входящи данни. Постановка на задачата. Съществуване на решението.

Ефективната работа на превключвателите първо се оценява по реализираната ПС (throughput) за различни типове входящ трафик.

Тук използваме семейство шаблони-матрици [12] за неравномерно разпределен (non-uniform i.i.d. Bernoulli) входящ трафик от типа „гореща точка“ (hotspot distributed) по модела на Чао [6]. Базовата трафична матрица  $T$  за този тип ще обозначаваме като  $Chao_1$ . Матрицата за шаблон  $Chao_1$  се развива във вид  $Chao_i$ ,  $i=1,2,\dots$ , както е показано на Фиг.2 [12].

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} k-1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & k-1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} i & i \\ i & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i,2 & i & i \\ i & i,2 & i \\ i & i & i,2 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} i,(k-1) & \dots & i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ i & \dots & i,(k-1) \end{bmatrix} \dots$$

$2 \times 2$     $3 \times 3$     $k \times k$     $2 \times 2$     $3 \times 3$     $k \times k$

Фиг.2 Трафични матрици  $T$  тип „гореща точка“.

Оптималното решение за  $Chao_i$  е равно:  $k_{opt}=2.i.(n-1)$ , при размерност на  $T$  равна на  $n \times n$ . При описаната по-горе постановка на задачата имаме:  $throughput = 2.i.(n-1) / l$ , където  $l$  е броят матрици в изчисленото разписание комутация за шаблона  $Chao_i$  при размерност  $n$  (брой входящи / изходящи комуникационни линии).

Като формални средства при описанието и изследването на характеристиките на алгоритмите за безконфликтно разписание се използват клетъчни автомати, невронни

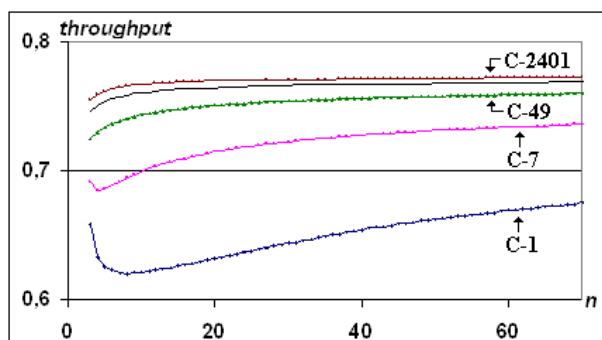
мрежи, матрици-маски [13] и др. Ние в изследванията си използваме апарата на Обобщените мрежи (ОМ) [14]. Негово основно предимство е предназначението му за работа с паралелни процеси и взаимодействия [15].

РІМ-алгоритъмът е избран за апробация на предложената от нас процедура, понеже не само е специфициран чрез паралелни операции, но и защото има доказана теоретична граница за Кпд при равномерно разпределен балансиран трафик [10]. А матриците за модела на Чао може да се разглеждат като адитивна сума между такъв тип трафик и безконфликтен трафик. Използвания от нас ОМ-модел на РІМ-алгоритма е описан в [16]. Основно предимство на този модел е явното представяне на Виртуалните изходящи опашки (VOQs).

На базата на ОМ-модела е написана програма на езика на програмния пакет VFort на Института по математическо моделиране на Руската академия на науките, който е предоставен за свободно ползване [17]. За симулационните експерименти е използвана компютърна мощност от грид-структурата на ИИКТ-БАН ([www.grid.bas.bg](http://www.grid.bas.bg)). На практика ограничение се явяваше времето за изпълнение на кода (до 72 часа).

Входни данни за алгоритма е матрица от входящи заявки за комутиране - матрицата  $T$ . При размерности  $n \times n$  ( $n = 2, 3, \dots \in N$ ) всеки неин елемент приема стойност съобразно избора на  $Chao_i$ -шаблон.

На Фиг.3 са показани резултатите от работа на алгоритма. По абсцисата е показана размерността  $n$  на матрицата  $T$  (от 2 до 70). По ординатата на Фиг.3 е показана ПС (броят  $I$  на матриците за безконфликтна комутация  $Q_m$ , приведен към пропускателната способност на комутатора, приета за 1). Кривите съответстват на резултати, получени с 5 шаблона на  $Chao_i$ -трафика ( $i=1,7,49,343,2401$ ), като е обозначено: C-1 – трафик  $Chao_1$ , C-7 – трафик  $Chao_7$ , и т.н. Всяка точка е средното значение за 10 000 симулации.



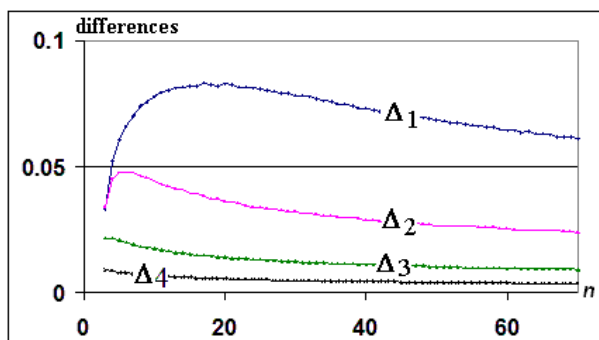
Фиг.3 ПС на РІМ-алгоритъма за Чао-трафик.

Данните от Фиг.3 показват нарастване на пропускателната способност при увеличаване на  $n$  за всеки използван шаблон. При “преминаване” към “по-тежък” шаблон (увеличаване на  $i$ ) минимума се измества наляво, а скоростта на нарастване на Кпд намалява. Това ни дава основание да предположим съществуване на горна граница на ПС за симулирания вид трафик.

### ПРОЦЕДУРА ЗА ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА ГОРНАТА ГРАНИЦА НА ПС

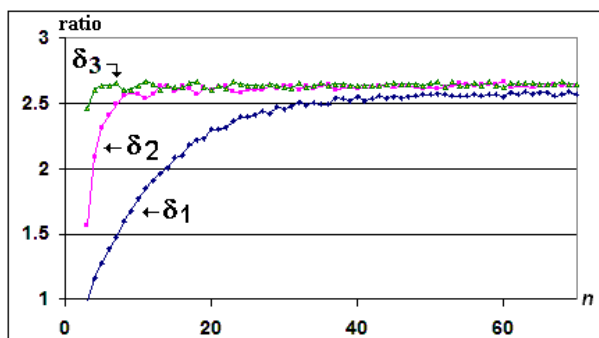
Описаната формално в [7] процедура изчислява сходимостта на ПС на комутатора към конкретна стойност (горна граница) за всяка стойност на  $n$  по резултатите от изчислителните експерименти. Тук ние ще дадем използването и със данните от фиг.3 – за избраната последователност от шаблони  $\text{Chao}_i$ ,  $i = 1, m^1, m^2, m^3, m^4$ , където  $m=7$  ( $\text{Chao}_1$ ,  $\text{Chao}_7$ ,  $\text{Chao}_{49}$ ,  $\text{Chao}_{343}$ ,  $\text{Chao}_{2401}$ ). На първо място за нас е важно да проверим твърдението  $\delta = m^{1/2}$  (при  $m=2,3,4,5$  това е вярно [7]).

Изчисляваме разликата между ПС за „съседни” шаблони. Строим графика както е показано на фиг.4. Имаме  $\Delta_1 = \text{ПС}(\text{Chao}_7) - \text{ПС}(\text{Chao}_1)$ ,  $\Delta_2 = \text{ПС}(\text{Chao}_{49}) - \text{ПС}(\text{Chao}_7)$ ,  $\Delta_3 = \text{ПС}(\text{Chao}_{343}) - \text{ПС}(\text{Chao}_{49})$ ,  $\Delta_4 = \text{ПС}(\text{Chao}_{2401}) - \text{ПС}(\text{Chao}_{49})$ .



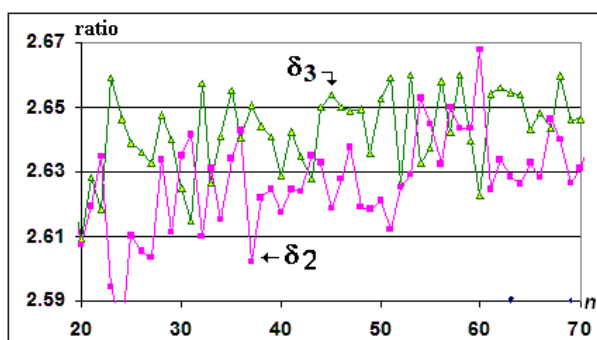
Фиг.4 Разлики между ПС.

Изчисляваме отношение на разликите  $\delta_1 = \Delta_1 / \Delta_2$ ,  $\delta_2 = \Delta_2 / \Delta_3$ ,  $\delta_3 = \Delta_3 / \Delta_4$ . Графиките са показани на фиг.5.



Фиг.5 Отношение между разликите ( $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ ).

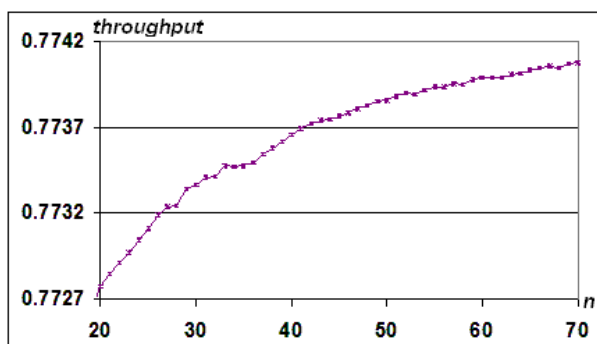
Параметърът на сходимост  $\delta_1$  е силно повлиян от преместването на минимума на ПС наляво, докато  $\delta_2$  клони към очакваната стойност  $\sqrt{7} \approx 2,646$  отдолу. Докато  $\delta_3$  «добре» се колебае около  $2,643 \pm 0,017$ . Това може да се види на фиг.6.



Фиг.6 Отношение  $(\delta_2, \delta_3)$  по-прецизен изглед.

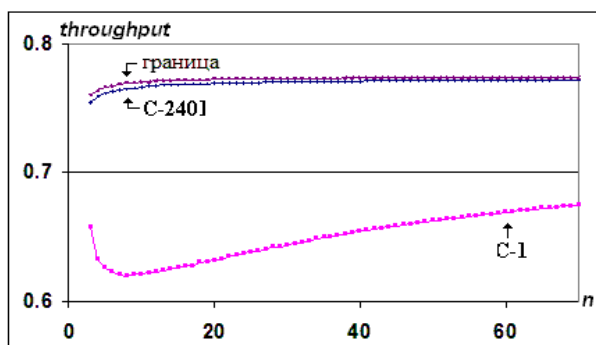
Резултатите от моделирането показват, что изключвайки зоната на преместване на минимума на ПС ( $2 < n < 20$ ), разликите на ПС между „стъпките” на шаблоните намаляват в геометрична прогресия. От теорията е известно, че безкрайна числова редица от вида  $1/a + 1/a^2 + 1/a^3 + \dots + 1/a^i + \dots$ , когато  $a > 1$ , е сходяща при  $i \rightarrow \infty$  към стойността  $\text{Sum}(a) = 1/(a-1)$ . Като приемем, че в нашия случай разликите  $\Delta_2, \Delta_3, \dots$  образуват такава редица с  $a = 2,64575$ , то коефициента на сходимост за показаните резултати е  $\text{Sum}(2,64575) = 1/(2,64575-1) = 0,607625$ .

Тогава получаваме значенията на горната граница за конкретни  $n$ , използвайки шаблона с най-голям номер -  $\text{Chao}_{2401}$ , по следния начин: **ГраницаПС( $n$ )** = ПС( $\text{Chao}_{2401}(n)$ ) +  $\text{Sum}(2,64575)$ .  $\Delta_4(n) = \text{ПС}(\text{Chao}_{2401}(n)) + 0,607625$ .  $\Delta_4(n)$ . Резултатът е показан на фиг.7.



Фиг.7 Изчислената горна граница на ПС.

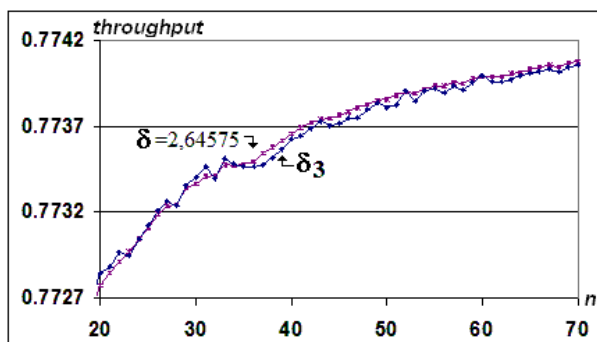
Най-големите стойности са  $\text{ПС}(\text{Chao}_{2401}(70)) = 0,772005$ ,  $\Delta_4(70) = 0,003401$ , **ГраницаКпд(70)** = 0,774031. Съотнесена към данните за първия и най-големия шаблон, използвани при симулациите, граница на ПС е показана на фиг.8



Фиг.8 Изходните данни и горната граница на ПС.

### ПРОБЛЕМИ НА ТОЧНОСТТА

Да разгледаме случая, когато горната граница се изчислява не чрез умножение на разликата  $\Delta_4$  по константата  $\text{Sum}(2,64575)$ , а чрез умножение по променлива величина. А именно  $\text{Sum}(\delta_3)=1/(\delta_3-1)$ . Така можем да оценим влиянието на неточността на данните от симулацията върху крайния резултат (горната граница). Сравнението между кривата от фиг.7 и новия резултат е показан на Фиг.9.



Фиг.9 Горната граница на ПС при  $\delta_3=\text{const}$ ,  $\delta_3=\text{var}$ .

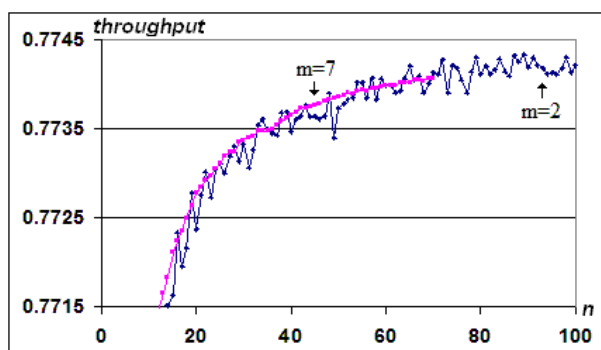
Виждаме, че когато коефициентът на сходимост  $\delta$  приема стойности, колебаещи се около изчислената константа  $\delta=m^{1/2}$ , то графиката за горната граница не е толкова гладка. Тоест само внасяме допълнителна неточност. От друга страна, това е аргумент в полза на твърдението, че отклонението на стойностите на  $\delta$  от очакваната константа е мярка (независима оценка) за грешките на симулацията. Тоест колкото по-голяма е отклонението, толкова по-неточни са данните от симулациите.

За нас, на дадения етап от изследванията ни, е достатъчно да можем да избираме за крайното пресмятане на горната граница по-„качествените” данни. Имаме предвид, че ако трябва да се прави избор между симулации с различна „стъпка” на номера на шаблона, то трябва да се отчита нелинейния характер на нарастване на времето за



симулация с увеличаване на  $n$ . А като се вземе предвид, че времето за симулация се оказва зависимо от натоварването на GRID-структурата, задачата за получаване на максимална точност при ограничения върху времето за използване на GRID-структурата няма еднозначно решение.

Но пък винаги могат да се сравнят вече получените резултати. Ние ще направим това с изчислената в [7] горна граница за „стъпка“  $m=2$ . Там е избран като най-добър резултат  $\delta_5 \approx 1,41 \pm 0,025$ . Съответно горната граница е изчислена по данните от шаблони Chao<sub>64</sub> и Chao<sub>32</sub> (10 000 симулации). Сравнението на тази граница с получената по-горе е показана на фиг.10.



Фиг.10 Горната граница на ПС при  $m=7$  и  $m=2$ .

По-голямата гладкост на кривата за  $m=7$  е несъмнено следствие от по-точните данни. Точността е “заплатена” с максимално натоварване на изчислителната мощност. Така че можем да направим следният извод – ако искаме по-голяма точност, трябва да използваме колкото е възможно повече достъпната изчислителна мощност.

Конкретно можем да извлечем следната полза. Оценката за граничната стойност на ПС (по данните за  $m=2$ ) бе  $0,775 \pm 0,001$ . От фиг.10 правим извода, че това е завишена оценка. Смятаме, че граничната стойност на ПС е със значение  $0,7748 \pm 0,0005$  (при  $n \rightarrow \infty$ ).

Компютърното моделиране потвърди за случая  $m=7$  верността на изказаното от нас в предишни работи твърдение (при съответния избор на “стъпка”  $m$  на шаблоните, използвани при симулациите, коефициента на сходимост е константа, зависеща от  $m$ ).

Новите, по-точни данни, направиха възможна оценката на неточността на числената стойност на горната граница на пропускателната способност на коммутатор с РІМ-алгоритъм и входящ трафик “гореща точка”. По-точната стойност на значението на горната граница на ПС е  $0,7748 \pm 0,0005$  ( $n \rightarrow \infty$ ),

## 5.2 Спецификация на числената процедура. Евристично решение.

**Definition 1.** Function  $f$  is defined as

$$f(n, i) = THR(n, i) \quad (1)$$

**Definition 2.** Function  $V$  is defined as

$$V(n) = \lim_{\substack{i \rightarrow \infty, \\ n \in [n1, n2]}} f(n, i) \quad (2)$$

**Definition 3.** The absolute upper bound  $U$  of THR is

$$\text{defined as } U = \lim_{\substack{i \rightarrow \infty, \\ n \rightarrow \infty}} f(n, i) \quad (3)$$

В нашето изследване решаваме задачата в две стъпки: доказване, че решението съществува; изчисляване на решението. Описанието на първата стъпка е дадено по-долу.

$$\begin{aligned} f_1(n) &= f(n, 1), \quad f_2(n) = f(n, 2), \quad \dots, \quad f_q(n) = f(n, q) \\ res_j(n) &= f_{j+1}(n) - f_j(n) = f(n, j+1) - f(n, j) \\ res_{q-1}(n) &= f_q(n) - f_{q-1}(n) = f(n, q) - f(n, q-1) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \delta_j(n) &= \frac{res_{j+1}(n)}{res_j(n)} = \frac{f_{j+2}(n) - f_{j+1}(n)}{f_{j+1}(n) - f_j(n)} = \frac{f(n, j+2) - f(n, j+1)}{f(n, j+1) - f(n, j)} \\ \delta_{q-2}(n) &= \frac{res_{q-1}(n)}{res_{q-2}(n)} = \frac{f_q(n) - f_{q-1}(n)}{f_{q-1}(n) - f_{q-2}(n)} = \frac{f(n, q) - f(n, q-1)}{f(n, q-1) - f(n, q-2)} \end{aligned} \quad (5)$$

$$f(n, q) = f(n, q-1) + \delta_{q-2}(n) \cdot [f(n, q-1) - f(n, q-2)]$$

или

$$f_q(n) = f_{q-1}(n) + \delta_{q-2}(n) \cdot res_{q-2}(n) \quad (6)$$

$$f_{q+1}(n) = f_q(n) + \delta_{q-1}(n) \cdot res_{q-1}(n) \quad (7)$$

$$f_{q+2}(n) = f_{q+1}(n) + \delta_q(n) \cdot res_q(n) \quad (8)$$

$$f_{q+3}(n) = f_{q+2}(n) + \delta_{q+1}(n) \cdot res_{q+1}(n) \quad (9)$$

$$f_{q+2}(n) = f_q(n) + [\delta_{q-1}(n) \cdot + \delta_{q-1}(n) \cdot \delta_q(n)] \cdot res_{q-1}(n) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} f_{q+3}(n) &= f_q(n) + [\delta_{q-1}(n) \cdot + \delta_{q-1}(n) \cdot \delta_q(n) + \\ &\quad + \delta_{q-1}(n) \cdot \delta_q(n) \cdot \delta_{q+1}(n)] \cdot res_{q-1}(n) \end{aligned} \quad (11)$$

Ще извършим  $q$  симулации, за да получим  $q$  криви за ПС (THR).

$$\begin{aligned} f_1(n) &= f(n, 1), \quad f_2(n) = f(n, 2), \quad \dots, \quad f_q(n) = f(n, q) \\ res_j(n) &= f_{j+1}(n) - f_j(n) = f(n, j+1) - f(n, j) \\ res_{q-1}(n) &= f_q(n) - f_{q-1}(n) = f(n, q) - f(n, q-1) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \delta_j(n) &= \frac{res_{j+1}(n)}{res_j(n)} = \frac{f_{j+2}(n) - f_{j+1}(n)}{f_{j+1}(n) - f_j(n)} = \frac{f(n, j+2) - f(n, j+1)}{f(n, j+1) - f(n, j)} \\ \delta_{q-2}(n) &= \frac{res_{q-1}(n)}{res_{q-2}(n)} = \frac{f_q(n) - f_{q-1}(n)}{f_{q-1}(n) - f_{q-2}(n)} = \frac{f(n, q) - f(n, q-1)}{f(n, q-1) - f(n, q-2)} \end{aligned} \quad (5)$$

или

$$f_q(n) = f_{q-1}(n) + \delta_{q-2}(n).res_{q-2}(n) \quad (6)$$

$$f_{q+1}(n) = f_q(n) + \delta_{q-1}(n).res_{q-1}(n) \quad (7)$$

$$f_{q+2}(n) = f_{q+1}(n) + \delta_q(n).res_q(n) \quad (8)$$

$$f_{q+3}(n) = f_{q+2}(n) + \delta_{q+1}(n).res_{q+1}(n) \quad (9)$$

$$f_{q+2}(n) = f_q(n) + [\delta_{q-1}(n) + \delta_{q-1}(n).\delta_q(n)].res_{q-1}(n) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} f_{q+3}(n) &= f_q(n) + [\delta_{q-1}(n) + \delta_{q-1}(n).\delta_q(n) + \\ &\quad + \delta_{q-1}(n).\delta_q(n).\delta_{q+1}(n)].res_{q-1}(n) \end{aligned} \quad (11)$$

Оттук можем да изведем следното:

**Твърдение.** Когато  $p \rightarrow \infty$  в (12), тогава  $\{(q+p) \rightarrow \infty\}(n)$  е търсеното  $V(n)$ .

Следователно, ако съществува горна граница на пропускателната способност на комутационния възел, тогава :

**Следствие 1.** Ако са изпълнени горните допускания, съществува сумата

$$\begin{aligned} f_{q+p}(n) &= f_q(n) + [\delta_{q-1}(n) + \delta_{q-1}(n).\delta_q(n) + \dots \\ &\quad + \delta_{q-1}(n).\delta_q(n)) \dots \delta_{q+p-2}(n)].res_{q-1}(n) \end{aligned} \quad (12)$$

**Твърдение .** Когато  $p \rightarrow \infty$  в (12) тогава  $f_{(q+p \rightarrow \infty)}(n)$  е търсеното  $V(n)$ .

$$\lim_{\substack{p \rightarrow \infty \\ q = const}} [\delta_{q-1}(n) + \delta_{q-1}(n).\delta_q(n) + \dots \delta_{q-1}(n).\delta_q(n)) \dots \delta_{q+p-2}(n)]$$

**Следствие 1 .** При горното предположение сумата :

$$\delta_{q-1}(n) + \delta_{q-1}(n).\delta_q(n) + \dots + \delta_{q-1}(n).\delta_q(n)) \dots \delta_{q+p-2}(n) \quad (13)$$

за  $p \rightarrow \infty$  е сходима и има граница S

**Следствие 2 .** Ако горната граница за THR съществува, тогава решението за  $V(n)$  е единствено

$$V(n) = f_q(n) + S.res_{q-1}(n) \quad (14)$$

Ако можем да изчислим S от (13) знаейки  $\delta_1(n), \delta_2(n), \dots, \delta_{q-2}(n)$  това ни позволява да получим  $V(n)$ . За тази цел се нуждаем от връзката  $\delta_{j+1} = \phi(\delta_j)$ .

$$f_{p \rightarrow \infty}(n, i) = f(n, 64) + [(2^{1/2} - 1)^{-1}].(f(n, 64) - f(n, 32))$$

По-горе е показано решение, следващо от  $i=32$ ,  $i=64$  и  $m=2$ . Използвайки изчисления с висока изчислителна мощност за широкомащабни симулации достигнахме до общото евристично решение :

Съществува

Зависимостта  $\delta_{j+1} = \phi(\delta_j)$  е  $\delta_{j+1} = \delta_j = m^{-1/2}$  с точност погрешността на симулациите (където  $i \in [1, i2], n \in [n1, n2], m \in [2, 3, 4, \dots], i = 1, m^1, \dots, m^p, \dots$ ).

Следващият въпрос за изследване е дали процедурата е стабилна. Тук ще разгледаме случая с малки, асимптотично изчезващи пертурбации.

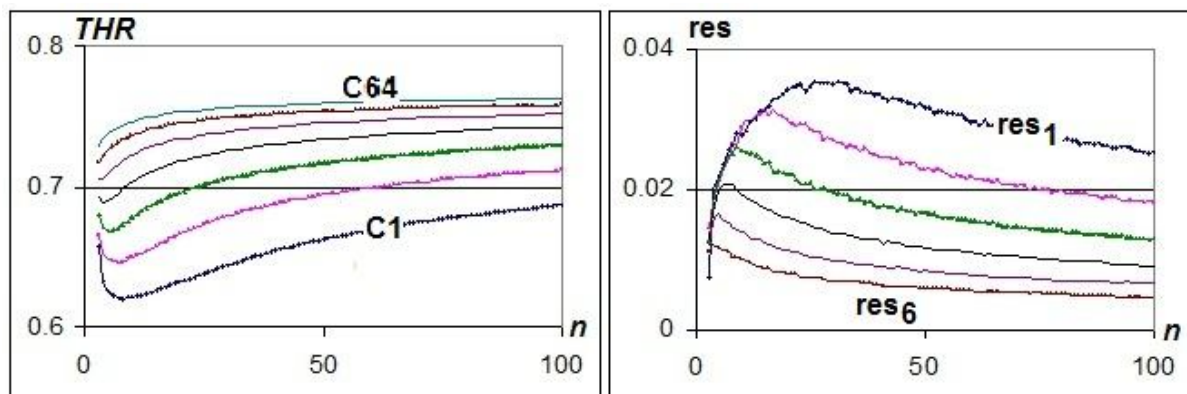
### Компютърни симулации за изучаване стабилността на числената процедура

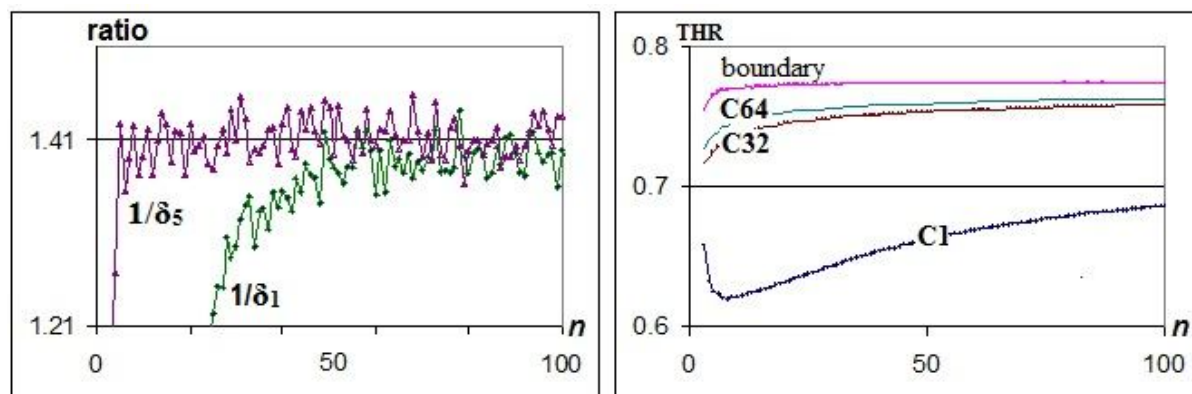
Въвеждаме пертурбации в модела Чао както следва: най-напред модифицираме семейството шаблони до „огледалния” вариант(описано в пълния текст).

Второ, редуцираме броя заявки в избран (например първия) входящ ред с единица (т.е. минус една заявка).

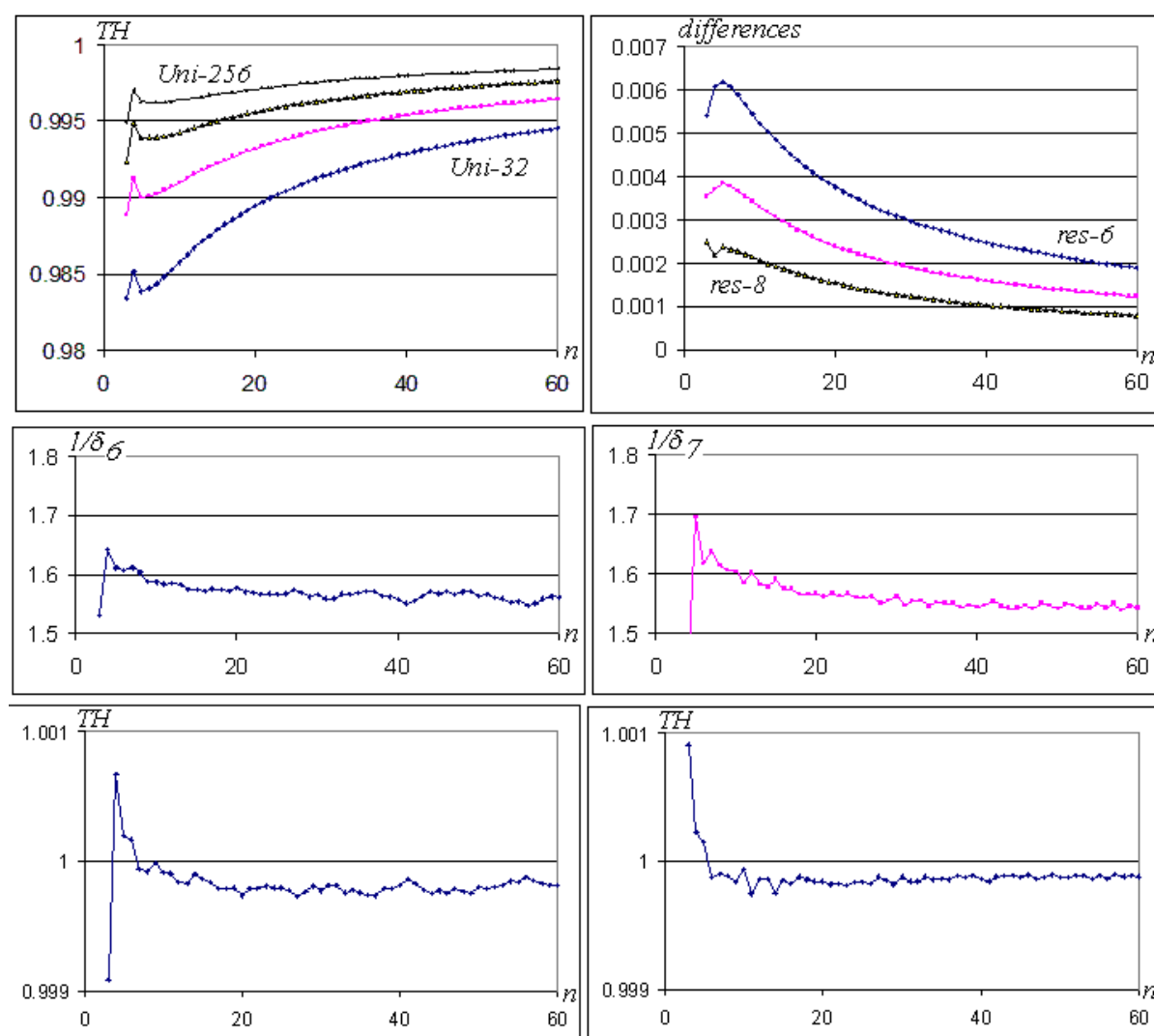
Нашите компютърни симулации потвърждават приложимостта на предложената процедура с модифицирани шаблони за натовареността на трафика. Резултатът от симулациите показва (в основния текст), че числената процедура е стабилна в смисъл, че малки стойности на пертурбациите на интензитета на входящите заявки водят до малки промени на изхода. Получените резултати дават горна граница на ПС за  $n \in [3, 97]$ , която ни позволява да оценим границата на ПС (THR) на MiMa-алгоритъма за  $n > \text{infinity}$ . Получената оценка е 100 %.

### 5.3 Точна горна граница за КПД на PIM.

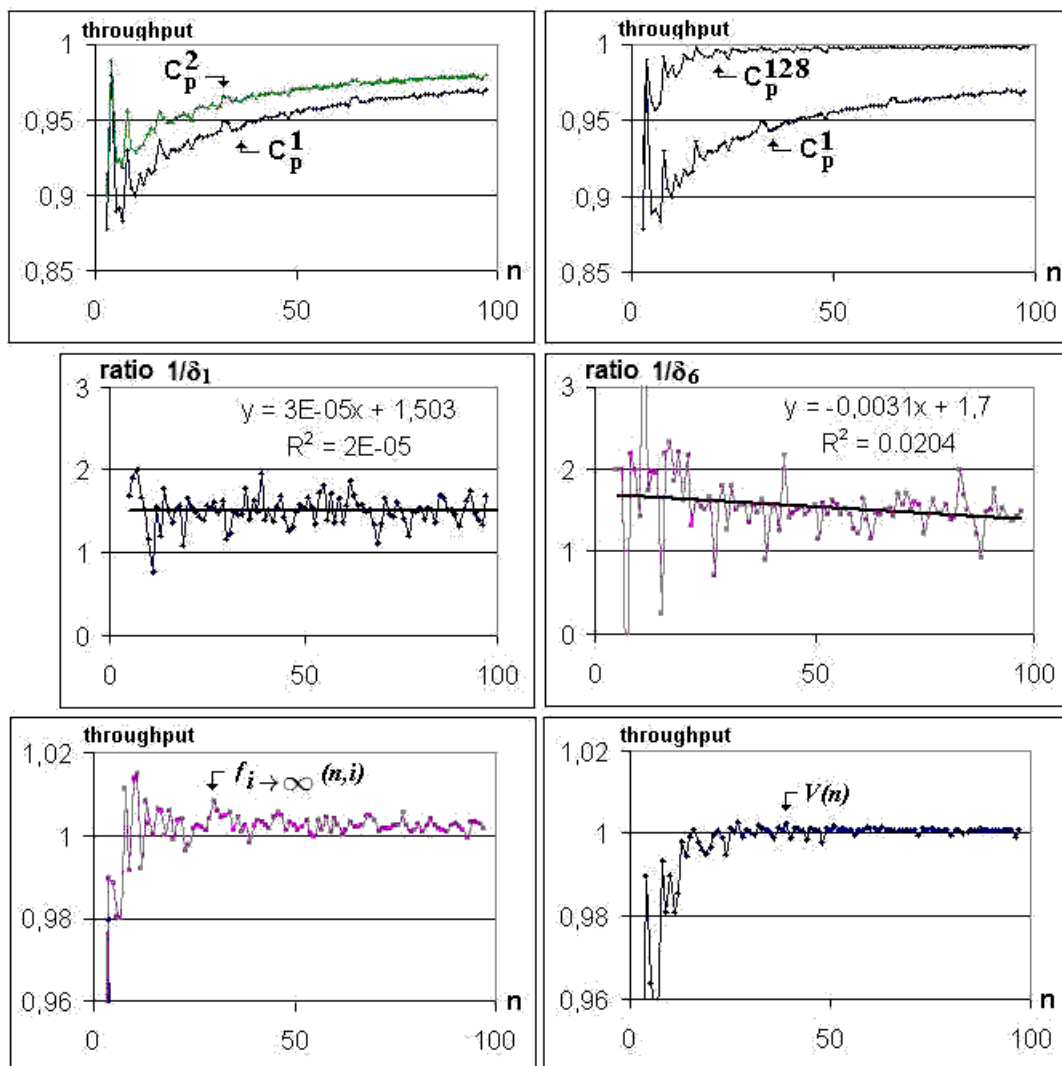




#### 5.4 Точна горна граница за КПД на LPF.

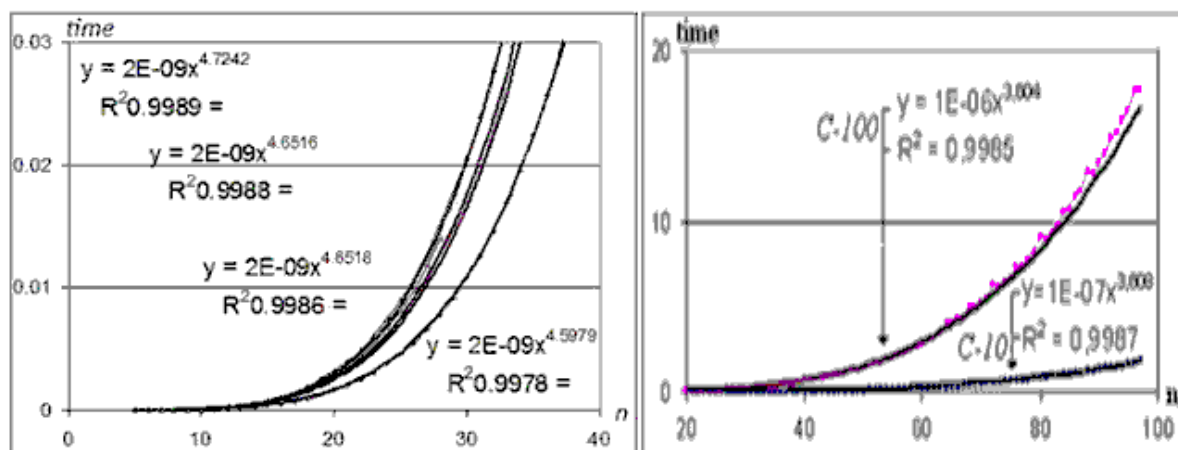


### 5.5 Точна горна граница за КПД на MiMa.



### 5.6 Сравнение на КПД и времена сложност на алгоритмите.

Сравненията по време за решение на цялата входна матрица можем да направим по фигура 12. Времовата сложност е оценката за една комутация. Следователно, тъй като решенията съответно са  $\kappa_{\text{реш}}$ , степента на времовата сложност за едно решение (комутация Q) ще трябва да се намали. По-точно за съответните стойности се получава (в основния текст), че имаме  $(O(n^{2.9}))$  за LPF, и  $(O(n^{2.6}))$  за MiMa.



Фиг.V.12 Време за решение на цялата входна матрица (LPF-вляво, MiMa, -вдясно)

## 5.7 Изводи

Резултатите от нашата симулация на алгоритъма показват, че пропускателната способност МиМа клони към горната граница, която има стойност 100%. В работния диапазон до  $n=100q$  MiMa изостава по ПС с 3-2%, като разликата е намаляваща. Сложността на МиМа-алгоритъма ( $O(n^{2.6})$ ) е много близка до оптималната теоретична такава. ( $O(n^{2.5})$ ). Следователно по-нататъшното увеличаване скоростта на изпълнение може да се постигне чрез използване на паралелни изчисления на преходите на алгоритъма, а също и чрез модификации на детерминираната дисциплина за избор на главен елемент за безконфликтното решение. Може ли при това и да се „изглади” ПС – това е въпрос за бъдещо изследване.

Съдържанието на тази глава е отразено в публикациите:

1. Tashev T., Monov V., Tasheva R.. High Performance Computations for Study the Stability of a Numerical Procedure for Crossbar Switch Node. In: Dimov I., Faragó I., Vulkov L. (eds) Numerical Analysis and Its Applications. NAA 2016., LNCS, volume 10187, Springer, Cham, 2017, ISBN: 978-3-319-57098-3, ISSN: 03029743, DOI:10.1007/978-3-319-57099-0\_76, p.665-673. SJR (Scopus):0.28, JCR-IF (Web of Science):0.302
2. Tashev, T.D., Marinov, M.B., Arnaudov, D.D., Monov, V.V. Computer Simulations for Determining of the Upper Bound of Throughput of LPF-Algorithm for Crossbar Switch. AIP Conference Proceedings, 2505, American Institute of Physics Inc., NY 11747-4501, USA, 2022, ISBN: 978-073544396-9, ISSN: 0094243X, DOI:10.1063/5.0103594, 080030. SJR (Scopus):0.19

## Заклучение - Резюме на получените резултати

В дисертационния труд са представени изследвания на моделирането комутационните процеси в комуникационен възел с помощта на апарата на Обобщените мрежи(ОМ). Специфицирани са формални ОМ-модели на 4 известни алгоритъма за изчисляване на безконфликтно разписание в пакетен комутатор с матричен превключвател (crossbar switch node). Предложен е нов алгоритъм за безконфликтно разписание (МиМа-алгоритъм). Моделът на този алгоритъм е представен формално във вид на Обобщена мрежа. Обсъдено е сравнението на ефективността му с тази на други алгоритми. Загубата на 2 до 3 % от пропускната способност е цената за бързодействието му – МиМа-алгоритъма е на долната граница на времева сложност (време за изпълнение) за своя клас ( „тегловни“) алгоритми. Резултатите са получени при широко-машабни компютърни симулации на грид-структурата та ИИКТ-БАН и на суперкомпютъра „Авитохол“ на БАН, чрез прилагането на новоразработена числена процедура, устойчива на асимптотично-затихващи смущения, към числените данни от симулациите. По този начин е възможно адекватно и еднозначно сравняване на пропускната способност на алгоритмите за безконфликтно разписание в зададен работен диапазон.

С оглед на работата, извършена в дисертацията, и изводите, получени в хода на изследванията и изложени по-горе, могат да бъдат формулирани следните научно-приложни резултати:

1. Синтезиран е и е изследван нов алгоритъм МиМа (Minimum of Maxima) за безконфликтно разписание в пакетен комутатор с матричен превключвател. Пропусквателната способност на алгоритъма клони към 100 %, а времевата му сложност за изпълнение е  $O(n^{2.6})$ . Теоретичната граница за класа „тегловни“ алгоритми, към които принадлежи МиМа, е  $O(n^{2.5})$ .
2. Моделирани са със апарата на Обобщените мрежи (ОМ) и са изследвани ОМ-моделите на 4 класически алгоритъма за безконфликтно разписание в пакетен комутатор с матричен превключвател.
3. Синтезирани са 4 семейства шаблони за 4 класически (uniform, Chang, Chao, Rojas-Chessa) типа (i.i.d. Bernoulli) входящ трафик, предназначени за широко-



машабни компютърни симулации на пропускателната способност (ПС) на алгоритми за безконфликтно разписание, при 100 % натоварване на входящите линии.

4. Разработена е числова процедура за изчисляване на точна горна граница на пропускателната способност (ПС) на алгоритми за безконфликтно разписание в пакетен комутатор с матричен превключвател. Границата се пресмята за зададен работен диапазон на комутационното поле ( $n$ ) при широко-машабни компютърни симулации на ПС със синтетичните шаблони за входящ трафик. Процедурата е устойчива на асимптотично затихващи смущения. Процедурата е приложена върху резултатите от компютърните симулации на ПС на синтезираните ОМ-модели.

## Насоки за бъдещи изследвания

Основните насоки за бъдещи изследвания върху тематиката на дисертацията включват:

Изследване възможностите за подобряване характеристиките на предложения МиМа-алгоритъм, чрез модификация на дисциплината за избор на главен елемент, по подобие на използваните тук при модифициране на моделите на алгоритмите „Вълнов Фронт” и „Налюдение”.

Изследване възможностите за получаване на натоварване по-малко от 100 % на входящите линии чрез модификация на предложените тук семейства шаблони за входящ трафик.

Изследване границите на валидност на предложената числена процедура за определяне на точно горна граница на пропускателната способност, за различни от i.i.d. Bernoulli видове входящ трафик (като взривно-нарастващ и само-модифициран).

## Публикации по темата на дисертационния труд

1. **Tashev, T.D.**, Marinov, M.B., Arnaudov, D.D., Monov, V.V. Computer Simulations for Determining of the Upper Bound of Throughput of LPF-Algorithm for Crossbar Switch. AIP Conference Proceedings, 2505, American Institute of Physics Inc., NY 11747-4501, USA, 2022, ISBN: 978-073544396-9, ISSN: 0094243X, DOI:10.1063/5.0103594, 080030. **SJR (Scopus):0.19**
2. **Ташев, Т.** Обобщено-мрежов модел на алгоритма "вълнов фронт" за пакетен комутатор с матричен превключвател. Сборник доклади от Годишна Университетска Научна Конференция 2022, Велико Търново, България, 2022, том 6, Издателски комплекс на НБУ „Васил Левски”, 2022, ISSN:1314-1937, с. 217-225
3. **Tashev, T. D.**, Marinov, M. B., Tasheva, R. P., Alexandrov, A. K.. Generalized nets model of the LPF-algorithm of the crossbar switch node for determining LPF-execution time complexity. AIP Conference Proceedings, 1, 2333, American Institute of Physics Inc., NY 11747-4501, USA, 2021, ISBN: 978-073544077-7, ISSN: 0094243X, DOI:10.1063/5.0042856, 090039. **SJR (Scopus):0.177**
4. **Ташев Т.**, Монов В., Петров П.. Эффективность принципа „выбрать максимальный вес” для расчета пропускной способности коммутатора пакетов с использованием MiMa-алгоритма. Материалы XXI Международной научной конференции DCCN-2018, Российский университет дружбы народов, Москва, Россия, 2018, ISBN: 978-5-209-09082-3, с.71-78 (**eLibrary**)
5. **Tashev T.**, Monov V., Tasheva R.. High Performance Computations for Study the Stability of a Numerical Procedure for Crossbar Switch Node. In: Dimov I., Faragó I., Vulkov L. (eds) Numerical Analysis and Its Applications. NAA 2016., LNCS, volume 10187, Springer, Cham, 2017, ISBN: 978-3-319-57098-3, ISSN: 03029743, DOI:10.1007/978-3-319-57099-0\_76, p.665-673. **SJR (Scopus):0.28, JCR-IF (Web of Science):0.302**
6. **Tashev T.**, Marinov M., Monov V., Tasheva R.. Modeling of the MiMa-algorithm for crossbar switch by means of Generalized Nets. Proceedings of the 2016 IEEE 8th International Conference on Intelligent Systems (IS), 4-6 Sept. 2016, Sofia, Bulgaria., IEEE, 2016, ISBN: 978-1-5090-1354-8, DOI: 10.1109/IS.2016.7737486, p.593-598 (**WoS, Scopus**)

7. **Tashev T., Monov V..** Modeling of the hotspot load traffic for crossbar switch node by means of Generalized Nets. 6th IEEE International Conference on Intelligent Systems, IEEE, 2012, ISBN: 978-146732782-4, DOI:10.1109/IS.2012.6335214, p.187-191  
**(Scopus)**

**Забелязани цитирания**

Tashev T., Monov V.. Modeling of the hotspot load traffic for crossbar switch node by means of Generalized Nets. 6th IEEE International Conference on Intelligent Systems, IEEE, 2012, ISBN: 978-146732782-4, DOI:10.1109/IS.2012.6335214, 187-191

Цитира се в:

1. Balabanov, T., Zankinski, I., Barova, M. Strategy for individuals distribution by incident nodes participation in star topology of distributed evolutionary algorithms. J. Cybernetics and Information Technologies, Volume 16, Issue 1, 2016, Pages 80-88. DOI: 10.1515/cait-2016-0006 (WoS), 2016
2. Gocheva, P. V., Hinov, N. L., Gochev, V. P. "Modeling of Buck DC-to-DC Converter with Generalized Nets". Proceedings of the 2018 IEEE XXVII International Scientific Conference Electronics - ET"2018. Sozopol, Bulgaria. DOI: 10.1109/et.2018.8549605, 2018

Tashev T., Marinov M., Monov V., Tasheva R.. Modeling of the MiMa-algorithm for crossbar switch by means of Generalized Nets. Proceedings of the 2016 IEEE 8th International Conference on Intelligent Systems (IS), 4-6 Sept. 2016, Sofia, Bulgaria., IEEE, 2016, ISBN: 978-1-5090-1354-8, DOI: 10.1109/IS.2016.7737486, 593-598

Цитира се в:

3. Gocheva PV, Hinov NL, Gochev VP. "Generalized net based estimations on switching topologies in electronic circuits". PROCEEDINGS OF THE 44TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON APPLICATIONS OF MATHEMATICS IN ENGINEERING AND ECONOMICS: (AMEE'18). AIP Conference Proceedings, Volume: 2048, Issue: 1, pp. 060025-1–060025-6. American Institute of Physics, AIP Publishing, 2018 doi.org/10.1063/1.5082140, ISBN: 978-0-7354-1774-8, 2018
4. Nedjalkov, I. "Characterization of the communication traffic generated by power electronic devices". Proc. of 2021 Int. Conf. Automatics and Informatics ( ICAI ), Varna, Bulgaria, pp. 362-365. ISBN: 978-1-6654-2662-6. IEEE, 2021,

Tashev T., Monov V., Tasheva R.. High Performance Computations for Study the Stability of a Numerical Procedure for Crossbar Switch Node. In: Dimov I., Faragó I., Vulkov L. (eds) Numerical Analysis and Its Applications. NAA 2016., LNCS, volume 10187, Springer, Cham, 2017, ISSN: 03029743, DOI: 10.1007/978-3-319-57099-0\_76, 665-673. SJR (Scopus):0.28, JCR-IF (Web of Science):0.402

Цитира се в:

5. Hensel S., Marinov M. "Estimation of Magnetic Field Maps With Mobile Platforms". Proceeding of the 7th FDIBA Conference, Sofia, Bulgaria, 30-Nov. - 1 Dec.. 2017. TU-Sofia Publishinghouse, Sofia. Volume 1, pp.93-96. ISSN : 2535-132X, 2017
6. Iliev, I.; Blagoev, I. "An Approach to Improve Web Video Streaming Security and Prevent Personal Data Leakage". Information&Security (ISU), vol.53, no.1, pp. 78-88. DOI 10.11610/isij.5306. ProconLtd., 2022,

## **Декларация за оригиналност на резултатите**

Декларирам, че дисертацията съдържа оригинални резултати, получени, при проведени от мен, научни изследвания с подкрепата и съдействието на научния ми консултант.

Резултатите, които са получени, описани и/или публикувани от други учени, са коректно и подробно цитирани в библиографията.

Настоящият дисертационен труд не е прилаган за придобиване на научна степен в друго висше училище, университет или научен институт.

Подпис: .....

/Ташо Д. Ташев/

## Библиография

- [1]. Богдан В.В., Иванов В.Н. Информатизация и технологизация социального пространства. Материалы к 1 Первому международному симпозиуму по информационным технологиям. М. - Нижний Новгород, 1994, с.12-17.
- [2]. Колин К.К. Информационные проблемы социально-экономического развития общества. Проблемы социальной информатики. Вып.1. М.: Изд-во "Союз", 1995, с.5-9.
- [3]. Колин К.К. Информационные технологии - катализатор развития современного общества. Журнал "Информационные технологии", М., нулевой брой, 1995, с.2-8.
- [4]. Концепция информационной безопасности Российской Федерации. Безопасность: Информационный сборник Фонда национальной и международной безопасности. 1995 N 1(24).
- [5]. Горбатов В.А. Интеллектуальные информационные технологии и стратегии (состояние и перспективы). Журнал "Информационные технологии", М., нулевой брой, 1995, с.35-38.
- [6]. Горбатов В.А. Теоретико-системная информатика в интеллектуальные информационные технологии и стратегии накануне XXI века. Информационные коммуникации, сети, системы и технологии, ПА, М., 1992, с.9-17.
- [7]. Bozzelti M. The Technological Evolution of Information and Communication Technology and Standards. European Information Technology Observatory. EITO 1997. Part One, pp.88-95.
- [8]. Цветков В.Я. Стандартизация информационных программных средств и программных продуктов. М.: МГУГиК, 1998. 122 с.
- [9]. Государственный профиль взаимосвязи открытых систем. Версия 1. Изд. МНИЦ Роскоминформа. М.: 1995. 102 с.
- [10]. GOSIP USA, 1993. Publ. NIST 500-192. p.98.
- [11]. ISO/IEC TR 10000-2:1998 Information technology -- Framework and taxonomy of International Standardized Profiles -- Part 2: Principles and Taxonomy for OSI Profiles.
- [12] <http://www.iso.ch>
- [13] <http://www.iec.ch>
- [14] <http://www.itu.ch>
- [15]. Цветков В.Я. Особенности развития информационных стандартов в области новых информационных технологий. Журнал "Информационные технологии", М., N9, 1995. с.2-7.
- [16] <http://www.osf.org>
- [17] <http://www.ieee.org>
- [18] <http://www.atmforum.org>
- [19] <http://www.cenorm.be>
- [20] <http://www.cenelec.org>
- [21] <http://www.etsi.fr>
- [22] <http://www.ietf.org>
- [23] <http://www.w3c.org>
- [24]. High performance computing and communications. Fondation for America's information future. A Report by the Committee on Information and Communications. National Science and Technology Council. 1995.
- [25]. Magedanz T., Popescu-Zeletin R. Intelligent Networks: Basic Technology, Standards and Evolution. London: Int'l Thomson Computer Press, 1996.

- [26]. ISO IS 7498 : 1984 Information Processing Systems – Open System Interconnections – Basic Reference Model. Geneva, 1985. p.79
- [27]. Faynberg I., e tall. The Intelligent Network Standards : Their Application to Services. New York: McGraw-Hill, 1997.
- [28]. Red Book. Fasc. VIII.5 - Data communication networks: Open Systems Interconnection (OSI), system description techniques. Recommendation X.200 - Reference Model of Open Systems Interconnection or CCITT Applications. - Geneva, 1985, p.1-53.
- [29]. ISO/IEC 9594-1:1998 Information Technology – Open System Interconnections - Handbook - Part 1- General Description of Principles, Models and Services.
- [30]. Recommendation X.200 (07/94) - Information technology - Open Systems Interconnection – Basic reference model: The basic model
- [31]. ISO/TC 97/SC 16 No.227. Reference model of Open Systems Interconnection. Ver.4, 1979.
- [32]. Турский В. Методология программирования. М.: Мир, 1981, 265 с.
- [33]. Stepien B., Logrippo L. Representating and Verifying Intentions in Telephony Features Using Abstract Data Types. Features Interactions in Telecommunications Systems, vol.3 , K.E.Cheng and T.Ohta, eds., pp.141-155, Amsterdam, IOS Press, Oct. 1995.
- [34]. Давид Р. Теория дискретных управляющих устройств. М.: Наука, 1982.
- [35]. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. М.: Наука, 1975. 400 с.
- [36]. Анкудинов Г.И. Синтез структуры сложных объектов. Логико-комбинаторный подход. Л.: ЛГУ, 1986. 258 с.
- [37] Лэсдон Л. Оптимизация больших систем. М.: Наука, 1975. 432с.
- [38] Воеводин В.В. Математические модели и методы в параллельных процессах. М.: Наука, 1986. 296с.
- [39] Колинз Г. Блей Дж. М. Структурные методы разработки систем: от стратегического планирования до тестирования. М.: Финансы и статистика, 1986, 264с.
- [40] Солодовников В.В., Тумаркин В. И. Теория сложности и проектирования систем управления. М.: Наука, 1990. 166с.
- [41] Месарович М., Такаха Я. Общая теория систем: Математические основы. М.: Мир, 1978. 311с.
- [42] Божко А.Н. Методы структурного анализа в САПР. Вестник МГТУ. Сер. Приборостроение, 1991. N 2 с. 22-28
- [43] Одрин В.М., Картавов С.С. Морфологический анализ систем. Киев: Наукова думка, 1977. 83с.
- [44] Крон. Г. Исследование сложных систем по частям (диакоптика). М.: Наука, 1972, 544с.
- [45] Крон. Г. Тензорный анализ сетей. М.: Сов. радио, 1978. 720с.
- [46] Петров А.Е. Тензорная методология в теории систем. М.: Радио и связь, 1985. 152 с.
- [47] Кулагин В. П. Тензорные методы проектирования структур вычислительных систем. АВТ. - 1989. N2. 64-71с
- [48] Кулагин В. П. Алгебра сетевых моделей для описания параллельных вычислительных систем. Автоматизация и современные технологии. 1993. N2 25 - 30 с.
- [49] Афанасьев В.Г. Общество : системность, познание, управление. М.: Политиздат, 1981. 432с.
- [50] Кузин Л.Т. Основы кибернетики. М.: Энергия, 1973



- [51] Зиема М.Г. Растигин Л.А. Оптимальный синтез структуры специализированной вычислительной системы с использованием агрегатной имитации. Архитектура и проектирование вычислительных систем (Рига), 1987. N4. с. 12 -129.
- [52] Армстронг ДЖ. Р. Моделирование цифровых схем на языке VHDL: концепция моделирования на уровне интегральных схем. М.: Мир, 1992. 174с.
- [53] Джоунз Г. Программирование на языке Оккам. М.: Мир, 1989. 208с
- [54] Cheng J. Ushijima K. Modeling the Ada tasking using extended Petry nets. Met. Fac. Kyushu Univ. 1988. 48, N 1.P. 17-30
- [55] Cirera P.L. Paccinini G. L., Zamboni M. Using PROLOG as computer architecture description and Synthesis I language. Des Methodol. VLSI Comput. Arohit.: pros. IFIP Work. Conf., Pisa, 19-21 Sept., 1988. Amsterdam etc. 1989. P. 329-332.
- [56] Хокни Р. Джессхоуп К. Параллельные ЭВМ. Архитектура, программирование, алгоритмы. М.: Радио и связь, 1986. 390с.
- [57] Системы параллельной обработки / Под ред. Ивенса. М.: Мир, 1985. 416с
- [58] Формальные модели параллельных вычислений: Докл. и сообщ. на Всесоюзн. конф. Новосибирск, 2-4 дек.р 1987. / Ред. В. Е. Котов. Новосибирск, 1988, 166с.
- [59] Кун С. Матричные процессоры на СБИС. М.: Мир, 1991. 672с.
- [60] Алгоритмы математическое обеспечение и архитектура многопроцессорных вычислительных систем / Под ред В. Е. Котова, Й. Миклоко. М.: Наука, 1982. 336с
- [61] Иванов П.М. Формализация анализа сложных систем. Кибернетика и системный анализ. 1992. N4
- [62] Котов В. Е. Сети Петри. М.: Наука , 1984. 160с
- [63] Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. М.: Мир, 1984. 264с
- [64] Genrich H., Lautenbach K. The analysis of distributed systems by means of predicate/transition nets. Lect. Notes in Comp. Sci. 70, 1979, pp.123-146..
- [65] K.Atanassov, Generalized nets and artificial intelligence – Advances in Modeling and Analysis, B, Vol.37 , 1997, No 1-2, 37-51
- [66] Atanassov K. Generalized Nets. World Scientific, Sing., N.J., London, 1991.
- [67] Atanassov K. Generalized Net and System Theory. Akad. Press “Prof.M.Drinov”, Sofia, Bulgaria, 1997.
- [68] Atanassov K. Generalized nets in Artificial Intelligence. Vol.1: Generalized Nets and Expert Systems, Academic Publishing House “Prof. M. Drinov”, Sofia, 1998.
- [69] Atanassov K., H. Aladjov, Generalized nets in Artificial Intelligence. Vol.2: Generalized nets and Machine Learning, Academic Publishing House “Prof. M. Drinov”, Sofia, 2000.
- [70] Atanassov, K., On Generalized Nets Theory. B.A.Monographs (11) Prof. Marin Drinov Publishing House of the B.A.S., Sofia, 2007.
- [71] Атанасов К., Е. Сотирова. Обобщени мрежи. Академично издателство „|Проф. М.Дринов“, София, 2017
- [72] Shahpazov G., Doukovska L. Generalized net model of internal financial structural unit's functionality with intuitionistic fuzzy estimations. Proc. of the 17<sup>th</sup> International Conference on Intuitionistic Fuzzy Sets, 2013, Sofia, Bulgaria. Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets (NIFS), vol. 19, №3, pp. 111-117, 2013.
- [73] Alexieva, J., Choy, E., Koycheva, E.: Review and bibliography on generalized nets theory and applications. In: Choy, E., Krawczak, M., Shannon, A., Szmidt, E. (eds.) A Survey of Generalized Nets, vol. 10, pp. 207–301, Raffles KvB Monograph, Sidney, 2007
- [74] Dimitrov, D.G.: GN IDE: a software tool for simulation with generalized nets. In: Proceedings of the Tenth International Workshop on Generalized Nets, pp. 70–75, 2009

- [75] Angelova, N., Todorova, M., Atanasov, K.: GN IDE: implementation, improvements and algorithms. *Comptes rendus de l'Academie Bulgare des Sciences* **69**(4), 411–420 , 2016
- [76] Stratiev, D., Zoteva, D., Stratiev, D., Atanasov, K. (2022). Modelling the Process of Production of Automotive Gasoline by the Use of Generalized Nets. In: , *et al.* Uncertainty and Imprecision in Decision Making and Decision Support: New Advances, Challenges, and Perspectives. IWIFSGN BOS/SOR 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 338. Springer, Cham, 2022
- [77] Boyukov, T., Atanasov, K.T. (2022). Generalized Nets as a Tool for Modelling of Railway Networks. Part 2. In: , *et al.* Uncertainty and Imprecision in Decision Making and Decision Support: New Advances, Challenges, and Perspectives. IWIFSGN BOS/SOR 2020 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 338. Springer, Cham., 2022
- [78] Andreev, K., Vardeva, I. (2022). Generalized Net Model of Implementation of Port Knocking on RouterOS. In: , *et al.* Uncertainty and Imprecision in Decision Making and Decision Support: New Advances, Challenges, and Perspectives. IWIFSGN BOS/SOR 2020 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 338. Springer, Cham, 2022
- [79] Todorova, L., Ignatova, V., Vassilev, P., Surchev, J. (2022). Generalized Net Model of Computer Based Registration and Rehabilitation of Cognitive Impairments in Multiple Sclerosis. In: , *et al.* Uncertainty and Imprecision in Decision Making and Decision Support: New Advances, Challenges, and Perspectives. IWIFSGN BOS/SOR 2020 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 338. Springer, 2022
- [80] Vassilev, V., Sotirova, E., Atanasov, K. (2022). A Generalized Net Model of the Normal Heart Functioning. In: , *et al.* Uncertainty and Imprecision in Decision Making and Decision Support: New Advances, Challenges, and Perspectives. IWIFSGN BOS/SOR 2020 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 338. Springer, Cham., 2022
- [81] Ivanova, Z., Bureva, V., Sotirov, S. (2022). Generalized Net Model of Biometric Multifactor Authentication System. In: , *et al.* Uncertainty and Imprecision in Decision Making and Decision Support: New Advances, Challenges, and Perspectives. IWIFSGN BOS/SOR 2020 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 338. Springer, Cham, 2022
- [82] Hristova, G., Bureva, V. (2022). Generalized Net Model of Library Activities Using Intuitionistic Fuzzy Estimations. In: , *et al.* Uncertainty and Imprecision in Decision Making and Decision Support: New Advances, Challenges, and Perspectives. IWIFSGN BOS/SOR 2020 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 338. Springer, Cham, 2022
- [83] Gochev V. P. and N. L. Hinov., Generalized Nets Representing C - based Programming Constructs, 2022 International Conference on Information Technologies (InfoTech), Varna, Bulgaria, 2022, pp. 1-4, doi: 10.1109/InfoTech55606.2022.9897111. 2022
- [84] P. V. Gocheva, V. P. Gochev and N. L. Hinov, "Fuzzy Production Rules on Estimations of Buck DC-DC Power Converter Parameters," 2022 International Conference on Information Technologies (InfoTech), Varna, Bulgaria, 2022, pp. 1-5, doi: 10.1109/InfoTech55606.2022.9897073. 2022
- [85] Spasic, A.J., Jankovic, D.S., Rajkovic, P.J. et al. Programme-Sensitive Modifications of Generalized Net Model of Software-Intensive Production of Stereoscopic Multimedia Content. *J. Comput. Syst. Sci. Int.* **61**, 824–842, 2022
- [86] Ribagin, S. Possible Application of Generalized Nets in Telemedicine Screening of Corona Virus Disease 2019 (COVID-19). In: Sotirov, S.S., Pencheva, T., Kacprzyk, J., Atanasov, K.T., Sotirova, E., Staneva, G. (eds) *Contemporary Methods in*

- Bioinformatics and Biomedicine and Their Applications. BioInfoMed 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 374, pp.139-144. Springer, Cham, 2022.
- [87] Bozov, H., Bozova, G., Sotirova, E., Shannon, A. (2022). A Generalized Net Model with Intuitionistic Fuzzy Assessments of the Process of Cardiopulmonary Resuscitation. In: Sotirov, S.S., Pencheva, T., Kacprzyk, J., Atanassov, K.T., Sotirova, E., Staneva, G. (eds) Contemporary Methods in Bioinformatics and Biomedicine and Their Applications. BioInfoMed 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 374, pp.100-112. Springer, Cham. 2022
- [88] Lubich, M., Shannon, A., Slavov, C., Pencheva, T., Ribagin, S., Atanassov, K. (2022). A Generalized Net Model of the Pattern of Behavior in Patients with eGFR < 20 mL/min (CKD Stage IV-V). In: Sotirov, S.S., Pencheva, T., Kacprzyk, J., Atanassov, K.T., Sotirova, E., Staneva, G. (eds) Contemporary Methods in Bioinformatics and Biomedicine and Their Applications. BioInfoMed 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 374, pp. 113-120. Springer, Cham. 2022
- [89] Ivanova, Z., Bureva, V. (2022). Generalized Net Model of Biometric Authentication System Based on Palm Geometry and Palm Vein Matching. In: Sotirov, S.S., Pencheva, T., Kacprzyk, J., Atanassov, K.T., Sotirova, E., Staneva, G. (eds) Contemporary Methods in Bioinformatics and Biomedicine and Their Applications. BioInfoMed 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 374, pp.121-130. Springer, Cham.2022
- [90] Andreev, N., Ribagin, S., Atanassov, K. (2022). A Generalized Net Model of the Process of Obtaining and Diagnosing Convalescent Plasma from Patients with COVID-19. In: Sotirov, S.S., Pencheva, T., Kacprzyk, J., Atanassov, K.T., Sotirova, E., Staneva, G. (eds) Contemporary Methods in Bioinformatics and Biomedicine and Their Applications. BioInfoMed 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 374, pp.131-138. Springer, Cham. 2022
- [91] Vasilev, V., Atanassov, K., Sotirova, E. (2022). Generalized Net Model of the Upper Limb Arterial Supply System. In: Sotirov, S.S., Pencheva, T., Kacprzyk, J., Atanassov, K.T., Sotirova, E., Staneva, G. (eds) Contemporary Methods in Bioinformatics and Biomedicine and Their Applications. BioInfoMed 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 374, pp.145-153. Springer, Cham. 2022
- [92] Roeva O., D. Zoteva, P. Vassilev. Generalized Net Model of Coyote Optimization Algorithm. Int. J. BIOautomation, volume.26, issue 4, pp.353-360. doi: 10.7546/ijba.2022.26.4.000787,2022
- [93] Chorukova, E., Roeva, O., Atanassov, K. (2022). Generalized Net Model of Ant Lion Optimizer. In: Sotirov, S.S., Pencheva, T., Kacprzyk, J., Atanassov, K.T., Sotirova, E., Staneva, G. (eds) Contemporary Methods in Bioinformatics and Biomedicine and Their Applications. BioInfoMed 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 374, pp.154-162. Springer, Cham. 2022
- [94] Blidov H., L. Doukovska, Generalized Net Model of the General Claim Process – Proceeding before an Appeal Court, 2022 IEEE 11th International Conference on Intelligent Systems (IS), Warsaw, Poland, 2022, pp. 1-6, doi: 10.1109/IS57118.2022.10019707.
- [95] Ribagin S., K. Atanassov and I. Hristozov, Generalized net model of the DOBOT Magician robot functionalities, 2022 IEEE 11th International Conference on Intelligent Systems (IS), Warsaw, Poland, , pp. 1-4, doi: 10.1109/IS57118.2022.10019692. 2022
- [96] Zoteva, D., Angelova, N. (2021). Generalized Nets. An Overview of the Main Results and Applications. In: Atanassov, K.T. (eds) Research in Computer Science in the Bulgarian Academy of Sciences. Studies in Computational Intelligence, vol 934 pp.177-226. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-72284-5\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-030-72284-5_10) . 2021

- [97] Stratiev D.D., Stratiev D., Atanasov, K. Modelling the Process of Production of Diesel Fuels by the Use of Generalized Nets. MATHEMATICS, Volume 9, Issue 19, Article Number 2351. MDPI, Basel, Switzerland. 2021
- [98] Atanasov K.T., Vassilev P., et all. Generalized Net Model of Forest Zone Monitoring by UAVs. Volume 9, Issue 22, Article Number 2874. MDPI, Basel, Switzerland. 2021
- [99] Lubich M., et all. A Generalized Net Model of the Prostate Gland's Functioning. Volume 10, Issue 3, Article Number 479. MDPI, Basel, Switzerland. 2022
- [100] Chao J., B. Liu. High performance switches and routers. John Wiley & Sons, 2007
- [101] Мирчев С. Комутация в комуникационни мрежи. НОВИ знания, София, 2010
- [102] Elhanany I., M. Hamdy. High-performance Packet Switching Architectures. Springer-Verlag, 2007
- [103] Shun Yan Cheung. CrossBar. Department of Computer Science, Emory University, Atlanta, Georgia, USA <http://www.mathcs.emory.edu/~cheung/Courses/355/Syllabus/90-parallel/CrossBar.html> (Last checked 10 July). 2020.
- [104] Hu, B., K. Yeung, C. He. On Iterative Scheduling for Input-queued Switches with a Speedup of  $2-1/N$ . Proceedings of 15th IEEE Int. Conf. HPSR 2014, July 1-4, 2014, Vancouver, Canada, pp.26-31. 2014
- [105] Dong Z., Rojas-Cessa R. Throughput analysis of shared-memory crosspoint buffered packet switches. Communications, IET, vol.6, no.9, 2012, pp. 1045-1053. 2012
- [106] Divakaran D., F. Anhalt, E. Altman and P. Primet, "Size-Based Flow Scheduling in a CICQ Switch", Proc. of IEEE Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR 2010), 13-16 June 2010, Richardson, TX, pp. 57 – 62, 2010
- [107] Deb S., Shah D., Shakkottai S. Fast Matching Algorithms for Repetitive Optimization: An Application to Switch Scheduling. Information Sciences and Systems, 2006 40th Ann. Conference on, 22-24 March 2006, pp. 1266-1271. 2006
- [108] Anderson T., S. Owicki, J. Saxe and C. Thacker, "High speed switches scheduling for local area networks". ACM Trans. Comput. Syst., vol. 11, no. 4, pp. 319-352, 1993.
- [109] Gupta P., N. McKeown, "Designing and Implementing a Fast Crossbar Scheduler," IEEE Micro, Jan-Feb, pp. 20-28, 1999
- [110] McKeown N. The iSLIPS scheduling Algorithm for Input-Queue Switches. IEEE/ACM Transactions on Networking, April 1999, vol. 7, no. 2, pp. 188-200. 1999
- [111] Al Sayeed C., A. Matrawy, "Guaranteed Maximal Matching for Input Buffered Crossbar Switches", Proc. Of the 4th Annual Communication Networks and Services Research Conference (CNSR'06), May 24-25 2006, pp. v-ix, 2006.
- [112] Chang H.J, Qu G., Zheng S.Q. Performance of CTC(N) Switch under Various Traffic Models. Springer, Lecture Notes in Electrical Engineering, Vol. 126, 2012, pp. 785-793. 2012
- [113] Chao-Lin Y., Chang C., Lee D. CR Switch: A Load-Balanced Switch With Contention and Reservation. IEEE/ACM Transactions on Networking, October 2007, Vol. 17, no.5, pp. 1659–1671. 2007
- [114] Mekittikul A., N. McKeown, A practical algorithm to achieve 100% throughput in input-queued switches. Proc. IEEE INFOCOM, 1998. pp. 792-799. 1998
- [115] Chen W., J. Mavor, P. Denyer and D. Renshaw, "Traffic routing algorithm for serial superchip system customisation", IEE Proc. 137:[E]1, 1990.
- [116] Meng, J., Gebara N., Ho-Cheung Ng, Costa P., Luk W. Investigating the Feasibility of FPGA-based Network Switches. Application-specific Systems Architectures and Processors (ASAP) 2019 IEEE 30th Int. Conf. on, vol. 2160-052X, IEEE Publ., pp.218-226, 2019
- [117] Rojas-Cessa R. Interconnections for Computer Communications and Packet Networks. CRC Press, 2017.

- [118] Alcoz A. G., A. Dietmüller and L. Vanbever, "SP-PIFO: Approximating Push-In First-Out Behaviors using Strict-Priority Queues", Proceedings of USENIX Symposium on Networked Systems Design and Implementation, pp. 59-76, 2020.
- [119] Li X., et al., "RPQ: Resilient-Priority Queue Scheduling for Delay-Sensitive Applications," 2022 IEEE 23rd International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR), Taicang, Jiangsu, China, 2022, pp. 53-58, 2022
- [120] Li T., Y. Cai, "Joint Routing and Scheduling for Deterministic Networking: A Segment Routing Approach," 2022 IEEE 23rd International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR), Taicang, Jiangsu, China, 2022, pp. 189-194, 2022
- [121] Y. Guo, J. Chen, K. Huang and J. Wu, "A Deep Reinforcement Learning Approach for Deploying SDN Switches in ISP Networks from the Perspective of Traffic Engineering," 2022 IEEE 23rd International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR), Taicang, Jiangsu, China, 2022, pp. 195-200, 2022
- [122] J. Tao, S. Liu and C. Liu, "A Traffic Scheduling Scheme for Load Balancing in SDN-Based Space-Air-Ground Integrated Networks," 2022 IEEE 23rd International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR), Taicang, Jiangsu, China, 2022,
- [123] Rose C. Rapid optimal scheduling for time-multiplex switches using a cellular automaton. IEEE Trans Commun., 1989, Vol. 37, pp.500-509. 1989
- [124] Takefuji Y. and K.C.Lee. An artificial hysteresis binary neuron : a model suppressing the oscillatory behaviors of neural dynamics. Biol.Sybernetics, 1991, Vol.64, pp.353-356. 1991
- [125] Raghupathikumar D., Bommanna K. A Genetic Algorithm based Scheduling of an Input Queued Switch. International Journal of Computer Applications, February 2012, Vol.39, No.6, pp. 37-42. 2012
- [126] Kolchakov K., Research on the algorithm with diagonal activation for non conflict schedule in case of a large size switching matrix./ Proc. of the Int. Conference "DCCN 2011", October 26-28, 2011. Moscow, Russia. R&D Company "INT", Moscow, Russia, pp. 135-140. 2011
- [127] Zhang D., Y. Luo and J. Jin, "Highspeed 50 Gb/s Passive Optical Network (50G-PON) Applications in Industrial Networks," 2022 IEEE 23rd International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR), Taicang, Jiangsu, China, 2022,
- [128] Yang X., B. Hu, "A Non-blocking Network Design for Terabit Capacity Optical Interconnects," 2022 IEEE 23rd International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR), Taicang, Jiangsu, China, 2022, pp. 131-136, 2022
- [129] <https://hpsr2022.ieee-hpsr.org/program/>
- [130] Vabishchevich P. VFort. <http://www.nomoz.org/site/629615/vfort.html> (last checked September 16, 2022). <http://www.imamod.ru/~vab/vfort/download.html> . 2022