

# Резюме на научните публикации

на гл. ас. д-р. Станислав Николаев Харизанов

за участие в конкурс за академична длъжност "доцент" по

професионално направление 4.5. Математика, спец. 01.01.09. Изчислителна математика (числени методи и алгоритми за обработка на изображения), обявен в ДВ бр. 9/26.01.2018 г. за секция "Научни пресмятания", Институт по информационни и комуникационни технологии, Българска академия на науките

Изискване (ИИКТ-БАН)	20 научни публикации	15 в списания с импакт фактор или в специализирани международни издания	20 независими цитирания	7 от цитиранията да са в списания с импакт фактор или специализирани международни издания
Изпълнение	23	18 (IF: 6, SJR: 10)	44	30 (IF: 26, SJR: 1)

За участие в конкурса представям 23 научни публикации. От тях 6 ([2,3,11,12,16,17]) са в международни реферирани списания с импакт фактор (IF) (сумарен импакт фактор на приложените трудове: 9.934), 10 ([4,5,7,8,9,10,13,14,15,18]) са в специализирани международни издания с импакт ранг (SJR) (сумарен импакт ранг на приложените трудове: 2.522), а 2 ([1,6]) са в специализирани международни издания без импакт ранг. 4 от публикациите ([1,4,9,23]) са самостоятелни, 4 ([2,10,15,18]) са в съавторство с един автор, 6 ([3,5,6,7,8,20]) са в съавторство с двама автори, 4 ([11,14,19,22]) са в съавторство с трима автори и 5 ([12,13,16,17,21]) са в съавторство с повече от трима други автори. Кореспондиращ автор съм за 14 от публикациите ([1,4,7,8,9,10,11,16,18,19,20,21,22,23]). Забелязал съм и прилагам 44 независими цитирания на представените за конкурса публикации, сред които 30 са в списания с импакт фактор или специализирани международни издания, 4 са в хабилитационни трудове в чужбина, а 8 са в чуждестранни докторски дисертации.

Публикациите са основно разделени на три тематики: **Анализ на нелинейни подразделителни оператори и асоциираните им многомащабни трансформации; Оптимална реконструкция на дигитални изображения; Числени методи и алгоритми за задачи с дробна дифузия.** Получените резултати имат както научна, така и научно-приложна стойност, като обработката на изображения попада в обсега на разработените приложения по всяка от трите тематики.

## I. Анализ на нелинейни подразделителни оператори и асоциираните им многомащабни трансформации

Подразделянето (*Subdivision*) е процес, при който рекурсивно се рафинира дискретно множество от данни (например точки в равнината) посредством набор от предварително зададени подразделящи правила, за да се генерира (след граничен преход) геометричен обект (крива, повърхнина и т.н.) с определени свойства, като непрекъснатост, гладкост, запазващ конкретната форма на данните, и т.н. Широкият спектър на приложения, както и нуждата за подобряване на представянето на съществуващите вече алгоритми, водят до разработването на огромно разнообразие от подразделителни оператори (*Subdivision schemes*). В много от случаите, като например при желание да се наследи формата на началните данни от генерирания обект, при използване на нормални мрежи за по-високи нива на компресия на информацията, за премахване на цветен (не Гаусов) шум, който е замърсил входните данни, или при наличието на допълнителна структура (например, работа върху топологично многообразие) в постановката, прилагането на линейни подразделителни оператори и асоциираните им многомащабни трансформации (*multi-scale transforms*) води до незадоволителни резултати или дори понякога е невъзможно. За разлика от линейната постановка, където при сходимост на оператора директно следват неговата устойчивост по Липшиц, както и устойчивостта на асоциираната му многомащабна трансформация, за нелинейни подразделителни оператори някои от горните три свойства не са еквивалентни помежду си. Това налага допълнителен детайлен анализ за необходимите и достатъчни условия за устойчивост на операторите и техните трансформации.

В [2] е разработена обща теория за Липшиц устойчивост, както за едномерни нелинейни подразделителни оператори, така и за асоциираните им многомащабни трансформации (в смисъл на Хартен). Основният резултат (Теорема 2.4) може да се разглежда като естествено обобщение на линейната теория и дава конструктивен подход за проверка. Използваният подход се различава от известните дотогава, тъй като ние изследваме съвместния спектрален радиус (*joint spectral radius*) на Якобиана на производната схема (*derived scheme*), а не самата схема. Благодарение на това, успяхме да развием нелинейния устойчив анализ и съществено да разширим приложимостта му, например върху оператори, дефинирани посредством начастично диференцируеми Липшиц функции. В статията успешно са анализирани медиано-интерполационни многомащабни трансформации и power-p подразделителни оператори, които не се покриват от предишните теории. Резултатите са цитирани 26 пъти, като 20 от цитиранията са в статии с импакт фактор, 3 в хабилитационни трудове (Австрия и Франция), а 2 в докторски дисертации (Франция и Испания).

С помощта на горната методология, в [1] са анализирани две семейства подразделителни оператори, предложени преди това от Куйт (F. Kuijt) и ван Дам (R. van Damme). За семейството от оператори, запазващи изпъкналостта на входните данни, е предложено алтернативно и далеч по-кратко доказателство за Липшиц устойчивост (Теорема 2.1) от известното дотогава. За семейството от оператори, запазващи монотонността на входните данни е доказано, че е Липшиц устойчиво при всеки допустим избор на оператора (Теорема 3.1), което е нов резултат. Статията има едно независимо цитиране в глава от книга, издадена от Springer Berlin Heidelberg.

В [3] е разработена обща теория за анализ на нормални многомащабни трансформации (NMT) за криви, която надгражда резултатите на Дебюши, Ранборг и Суелденс:

- I. Daubechies, O. Runborg, and W. Sweldens. Normal multiresolution approximation of curves. *Constr. Approx.* , 20:399--463, 2004.

В статията на Дебюши са разгледани интерполационни линейни оператори и като отворен въпрос е оставено изследването на апроксимационните линейни оператори, дефинирани чрез сплайн екстраполиране (B-spline NMT). В [3] е намерен отговор на горния въпрос, като при това постановката на задачата е обогатена посредством разглеждането на по-широк клас от допустими апроксимационни оператори и нормални направления (т.е., направления, които да са нормални за точка от кривата, намираща се в локална околност на дискретните данни, а не само нормални направления спрямо начупената линия, свързваща дискретните данни). В Теорема 2.6 е доказано, че основните параметри/ограничения, които влияят върху асимптотичните свойства на нормалните трансформации (сходимост, устойчивост, порядък на детайлите, гладкост на индуцираната нормална репараметризация на кривата) са: геометричната гладкост на кривата, гладкостта на линейния подразделителен оператор и максималната степен на точната полиномиална репродукция на оператора. Тъй като в интерполационния случай, степента на точната полиномиална репродукция съвпада с тази на полиномиалната репродукция, Теорема 2.6 покрива и него. В статията са проведени и числени експерименти за B-spline NMT, които валидират 2-рия порядък на сходимост за детайлите, предсказан от теорията. Важно е да се отбележи, че макар да се разглеждат единствено линейни подразделителни оператори, различния произход на данни (точки, записани като вектори в двумерното пространство) и детайли (скалари, измерващи ориентираното разстояние в нормално направление от предсказаната точка до кривата), както и начина на избор на нормалните направления правят процеса силно нелинеен. Анализът му е съществено различен от [2]. Забелязани са 5 независими цитирания на публикацията, 4 от които в списания с импакт фактор и 1 в Австрийски хабилитационен труд.

Известно е, че при нормалните многомащабни трансформации, асоциирани с интерполационен оператор, глобалното гарантиране на добра постановка на процеса влияе негативно върху скоростта на намаляне на детайлите и гладкостта на индуцираната нормална репараметризация на кривата. В [4] е показано, че квадратната B-spline NMT е добре поставена при всеки избор на начални данни, процесът е сходящ, като при това на всяко ниво регулярността на дискретните данни се подобрява. Благодарение на този факт при всеки избор на начално множество от данни и линеен подразделителен оператор  $S$ , след краен брой нива на използване на квадратната B-spline NMT ще бъдат генерирани нови данни, спрямо които  $S$  NMT вече е добре поставен и сходящ. С други думи, можем да осигурим произволна асимптотична скорост на намаляне на детайлите (следователно, произволно високо ниво на компресия), посредством крайното прилагане на квадратната B-spline NMT в началото. Статията е цитирана веднъж в специализирано международно издание с импакт ранг.

## II. Оптимална реконструкция на дигитални изображения

Качеството и приложната стойност на дадено изображение са пряко свързани с неговата резолюция. Увеличаването на разделителната способност на съвременните апаратури води до генерирането на изображения с много голяма размерност, чиято обработка изисква сериозни компютърни и времеви ресурси. От друга страна, технологичното време за обработка на изображенията не бива да расте с размерността на задачата, защото в медицината това може да е фатално за пациента, а в мобилните технологии предложеният продукт ще има по-ниска пазарна стойност. Част от приложенията за конкурса публикации са посветени на разработването на бързи и ефективни алгоритми за обезшумяване, възстановяване и сегментация на изображения с голяма размерност. Математическите модели, които разглеждаме, са на базата на изпъкнала оптимизация с наложени допълнителни ограничения. Алгоритмите, които предлагаме и анализираме, са от класа на *Primal-Dual* алгоритмите - предпочитания съвременен подход към този тип задачи. Тези алгоритми са итеративни и теоретично сходими, когато свободните им параметри се изберат в предварително указани граници. Времето им за изпълнение зависи от времето за изпълнение на една итерация, както и от броя изпълнени итерации. За да намалим първото, ние разработваме алгоритми, в които корелацията между различните пиксели в изображението е сведена до минимум. Такъв тип алгоритми позволяват паралелна компютърна реализация и значително ускоряване при изпълнение върху многопроцесорна система. За да подобрим второто, ние предлагаме детайлен теоретичен анализ на всяка от стъпките на базисния *Primal-Dual* алгоритъм, както и на ролята на свободните му параметри върху скоростта на сходимост.

Приносите на кандидата в тази област се в две основни направления: *Обезшумяване на двумерни дигитални изображения; Двухазова сегментация на тримерни дигитални изображения.*

### A. Обезшумяване на двумерни дигитални изображения

Математическият модел за поасоново обезшумяване, който следваме в нашите разработки, е базиран на изпъкнала оптимизация. Целевата функция съдържа изглаждащ член  $\mathbf{R}$  (*regularization term*), както и член  $\mathbf{DF}$ , осигуряващ вярност с оригинала (*data fidelity term*). Идеята е, да се намери гладко решение, близко до входното, а основната трудност е да се прецизира взаимодействието между  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{DF}$ , така че в изходното изображение шумът да е отстранен, но същевременно всичките ръбове на изображението - запазени. Като регуларизатор се използва норма на дискретния градиент на изображението. Предпочитаните норми са квадратичната  $l_2$ , както и смесената  $l_{2,1}$  (*TV - total variation*), където се сумират по пиксели дължините на градиентните вектори.

В [5] е разработен първият алгоритъм за обезшумяване на замъглени (*blurry*) изображения, замърсени с Поасонов шум, използващ трансформацията на Анскомб за решаването на изпъкнала оптимизационна задача с ограничения, без да се налага пресмятането на недобре дефинираната обратна трансформация на Анскомб и директното отстраняване на замъгляването, което е лошо обусловена математическа задача. В този модел се минимизира единствено изглаждащият член  $\mathbf{R}$ , докато стойността на  $\mathbf{DF}$  е глобално ограничена от параметър  $\tau$ , статистически определен на базата на входното изображение. Численото решаване на оптимизационната задача е възможно благодарение на покоординатни

эпиграфски проекции – техника, активно развивана от групата на единия от съавторите Жан-Кристоф Песке в компютърната лаборатория към университета Paris-Est, Франция. В статията е показано, че въпросните эпиграфски проекции могат да бъдат ефективно пресметнати чрез метода на Нютон, приложен към подходящи начални данни, в частност към съответните нюанси на сивото, получени при предишната итерация на алгоритъма. Реализираният алгоритъм е от групата на *Primal-Dual* хибридно градиентните алгоритми с допълнително модифицирани дуални променливи (*primal-dual hybrid gradient algorithms with modified dual variable*) **PDHGMP**. Проведените числени експерименти демонстрират плюсовете на избрания подход и доказват тясната връзка между него и директното премахване на Поасонов шум посредством избора на *I*-дивергенцията (обобщената дивергенция на Кулбак-Лайблер) за **DF**. Статията има 14 цитирания в базата *Scopus*, но в почти всички проф. Песке фигурира като последен автор, предвид директорската му позиция в компютърната лаборатория и лидерската роля на тази група в развитието на теорията за эпиграфските проекции. Все пак сред тях има и 3 независими цитирания, както и са забелязани 5 други цитирания в докторски дисертационни трудове (4 – на Парижката група и 1 - в Германия).

Статии [9,12,23] са посветени на повишаване практическата приложимост на теоретичните резултати в [5]. В [12] е разработена паралелна реализация на обезшумяващия алгоритъм. Забелязано е, че скоростта на сходимост на алгоритъма, макар и теоретично гарантирана, зависи съществено от избора на стойностите на свободните му параметри ( $\rho, \sigma$ ). На този етап не е известна теоретична процедура, която да помага за оптимизирането на тези параметри, затова и практическата приложимост на алгоритъма е свързана с доброто му разпаралеляване. Статията се фокусира върху хибридни *multi-node* и *multi-core* паралелизации, базирани на MPI и OpenMP стандарти. Представянето на алгоритъма е експериментално тествано както върху стандартни изображения от дигиталната библиотека ('brain' (184 x 140), 'cameraman' (256 x 256)), така и върху реални радиографски данни, генерирани от индустриален компютърен томограф *Nikon XTH 225* (723 x 920 и 1446 x 1840). Сравнявани са и различни компютърни архитектури и влиянието им върху ефективността на паралелната реализация. В [9] е изследвано влиянието на различни техники за разбиване на областта (*Domain Decomposition*) за повишаване качеството на изходното изображение. Идеята е да се свие ограничителното множество върху което търсим решение с минимална енергия на оптимизационната задача, като същевременно не се загуби теоретично доказаното свойство на търсеното (идеално, незамърсено) изображение да принадлежи с висока вероятност на неговата граница. Така ще се запази високото качество на процеса на обезшумяване, но ще се намали загубата на структурна информация посредством нежелателно заглаждане на част от ниско контрастните ръбове. Разгледани са разбивания както в геометричната, така и в интензитетната дефиниционна област на входното изображение. Забелязано е, че такъв подход работи добре до определено ниво на разбиване и води до по-добри показатели за резултата, като интензитетните разбивания са по-ефективни от геометричните. След това ниво, проекцията на оптимизационната задача върху част от подобластите става некоректна, като е възможно както да се търси решение в празното множество, така и да има подобласти, в които константно решение е допустимо (глобален минимум на целевата функция). Предложени са и смесени модели с двойно ограничение,

използващи едновременно интензитетно и геометрично разбиване на областта. В [23] е предложен алтернативен подход за запазване на ниско-контрастната структурна информация. За целта, разглеждаме минимизатора на оптимизационната задача [5] не като потенциален апроксиматор на търсеното чисто изображение, а на негова замъглена версия. По този начин енергията на изходното изображение се повишава и ефектът от прекомерното заглаждане на резултата – намалява. Проведените числени експерименти дават предимство на втория подход пред този в [12].

Статии [14,19,20] са посветени на модификации на основния алгоритъм [5], адаптирани към спецификите на индустриалната компютърна томография и в частност, за работата с томограф *Nikon XTH 225*, закупен от ИИКТ-БАН по 7РП на Европейския съюз. В [14] е извършен статистически анализ на компонентите на шума, генериран по време на сканиране с въпросния томограф. Показано е, че шумът е от смесен Поасонов-Гаусов тип с доминираща поасонова компонента. Експериментално са сравнени четири различни обезшумяващи алгоритъма, базирани на: *непрекъсната квадратична оптимизация*; *VST+BM3D филтриране*; *TV-оптимизация с I-дивергенция за DF*; *използване на обобщената трансформация на Анскомб в [5] за премахване на шум от смесен тип*. Показано е, че последните два метода доминират над първите два и, както в теоретичната постановка [5], резултатите им са много сходни. Предложен е и иновативен метод за извличане на структурна информация от обработваното изображение, базиран на директна сегментация (с подходящ праг) на изображението на разликата на два различни обезшумени резултата, където нюансите на сивото са взети с абсолютна стойност. Статията е цитирана веднъж в списание с импакт фактор. В статии [19,20] е разработено обобщение на алгоритъма от [5], което позволява третирането на шум с неясни параметри на базата на информация от повече на брой входни изображения. За целта се предполага, че входните изображения реализират шум с еднакви характеристики, като тези реализации нямат корелация. Тогава оптималния ограничителен параметър  $\tau$  може да бъде пресметнат чрез многомерна Питагорова теорема, а ограничителното множество върху което търсим решение е сечението на съответните ограничителни множества за всяко от входните изображения. Експериментално е показано, че работата с две входни радиографски проекции, генерирани непосредствено една след друга при идентични параметри на томографа, изпълняват теоретичната постановка и водят до съществено подобрение на качеството на резултата. Използването на повече от две входни изображения води до по-малко съществени подобрения на резултите и не е препоръчително с оглед повишаващата се стойност за генерирането на входните данни.

В статия [22] е реализиран и експериментално анализиран пенализиращия аналог на обезшумяващ алгоритъм с повече от едно входно изображение. Получените числени резултати показват добра ефективност на алгоритъма и високо качество на изходното изображение при конкретна индустриална апликация: обезшумяване на серия от дигитални изображения, генерирани от камерата на мобилен телефон при треперене ръката на заснемащия.

## Б. Двухфазова сегментация на тримерни дигитални изображения.

Двухфазовата сегментация на изображения е актуално научно направление в компютърното зрение (*Computer Vision*). Постановката на задачата е, че изображението съдържа обект на интерес и фон, а целта – правилното отделяне на обекта от фона.

В [7] се поставя началото на изцяло нов сегментационен математически модел за обработката на томографски данни, в който важни физични характеристики на сканирания обект, като обем и свързаност, се налагат като ограничения в оптимизационната задача и гарантирано се унаследяват от твърдата фаза след сегментацията на тримерната томографска възстановка. За целта, вокселите на изображението се разглеждат като върхове на планарен граф с тегла. Моделът се базира на минимизация с ограничения на квадратична функция, свързана със съответния граф-Лапласиан. Оптимизационната задача е дискретна (търси се решение само измежду върховете на единичен куб със страна размерността на изображението) и с ограничение от тип  $l_0$ , което я прави *NP-hard*. Оригиналната задача е релаксирана до квадратична в непрекъснатата дефиниционна област и с  $l_1$  ограничение от тип неравенство, позволяваща числена реализация. Проведените числени експерименти показват предимство на предложението спрямо класическите такива при работа с порести структури, където двете сегментационни фази силно се преплитат.

В [8] е изследван граф-теоретичен алгоритъм, който запазва едновременно и обема и свързаността на твърдата фаза. Предложението използва три стъпки и е базиран на теорията за намиране на оптимални обвиващи дървета в планарен граф. Всяка от стъпките оптимизира апроксимационната грешка между интензитета на изображението и бинарната функция, характеризираща сегментационния му вектор. Разработеният алгоритъм се изпълнява за време  $O(N \log N)$ , където  $N$  е броят на вокселите в изображението. Намерено е едно независимо цитиране на статията – в австралийска докторска дисертация.

В [11], след лека модификация на теглата в конструирания граф, е предложен ефективен сегментационен алгоритъм за [7]. Той е от групата **ADMM** (*alternating direction method of multipliers*) на *Primal-Dual* алгоритмите, като бързото изпълнение на една итерационна стъпка се гарантира от паралелната му реализация. Последната е възможна, благодарение на сполучлива смяна на базиса в дефиниционната област и апроксимационни техники за приближаване действието на обратния квадратен корен  $Q^{-1/2}$  на матрицата  $Q$  на граф-Лапласиана, базирани на най-добро равномерно приближение на функцията  $x^{-1/2}$  с полиноми в интервала  $[\epsilon, 1]$ . По този начин се избягва явното пресмятане и пазене в компютърната памет на плътната  $N \times N$  матрица  $Q^{-1/2}$ . Алгоритъмът позволява и усъвършенстване на математическия модел, посредством добавяне на допълнителни линейни ограничения към оптимизационната задача.

В [10], благодарение на горното усъвършенстване на математическия модел, е предложен итеративен алгоритъм, базиран на най-бързото спускане, който за всички тестови примери се сходяща към точното решение на дискретната оптимизационна задача с ограничение от тип  $l_0$ , поставена в [7]. Този алгоритъм е все още изцяло експериментален, но е забелязано, че значително подобрява качеството на сегментация. В статии [13,17] различни сегментационни модели са успешно използвани за подобряване качеството на тримерни дигитални

изображения на човешки черепи, което води до по-надеждна диагностика на морфологичните белези на индивидите и намира приложение в сферата на Дигиталната Антропология.

### III. Числени методи и алгоритми за задачи с дробна дифузия

Интересът към дробните дифузионни модели е мотивиран от диференциалното смятане с дробни производни и многобройните приложения, свързани с аномална дифузия, в т. ч. подпочвени течения, дифузия във фрактални области, динамика на протеинови молекули и топлопроводимост с памет. Такива приложения възникват и при обработката на изображения.

В [16] са разработени ефективни алгоритми за приближеното решаване на система алгебрични уравнения от вида  $A^\alpha u = f$ ,  $0 < \alpha < 1$ , където  $A$  е подходящо скалирана, симетрична и положително дефинирана матрица на коравина, получена чрез методите на крайните разлики или на крайните елементи за елиптична задача от втори ред. Предложеното решение е записано във формата  $u = A^{\beta-\alpha} F$ , където  $F = A^{-\beta} f$  и  $\beta$  е цяло, положително число. Методологията е базирана на най-доброто равномерно рационално приближение (*BURA*) на функцията  $t^{\beta-\alpha}$  при  $0 < t \leq 1$  и на предположението, че разполагаме с ефективен числен алгоритъм (например, алгебричен мултигрид, като *BoomerAMG*) за паралелно решаване на системи от вида  $(A + cI)u = F$ ,  $c \geq 0$ . Проведените числени експерименти потвърждават надеждността и ефективността на предложения подход. Намерено е едно независимо цитиране на статията в базата данни *arXiv*.

Удовлетворяването на принципа за максимума е сред най-важните качествени характеристики на всеки линеен елиптичен оператор. В много теории и приложения е важно това свойство да се гарантира и за пресметнатото численото решение на елиптичната задача. В [15] ние разработваме и анализираме свойствата на клас от положителни оператори, приближаващи действието на  $A^{-\alpha}$  посредством *BURA*-методологията от [16]. Доказани са достатъчни условия за позитивност на апроксимиращите операторите и са изведени строги оценки за грешката при подобна апроксимация. В частност е показано, че всички елементи на диагоналния клас  $(k, k)$  от 1-*BURA*-оператори гарантирано водят до позитивна апроксимация. Теоретичните резултати са подкрепени от представителни числени експерименти.

В [18] е представен детайлен теоритичен и експериментален сравнителен анализ относно ефективността на *BURA*-алгоритъма и алгоритъма, разглеждан от Бонито и Пашек в

- Bonito, A., Pasciak, J.: Numerical approximation of fractional powers of elliptic operators. *Mathematics of Computation* 84(295), 2083–2110 (2015)

Макар да имат сериозни различия в произхода и апроксимационните свойства, двата алгоритъма имат много сходна реализация, свързана с едновременното решаване на серия от системи линейни уравнения за еднотипни системи с положително изместен главен диагонал. Разглеждан е стандартен дробен Лаплас с нулеви гранични условия и дясни части, водещи до различни степени на гладкост за точното решение. Показано е, че *BURA*-подхода постига предварително зададена точност на решението при решаването на по-малко на брой системи, отколкото подхода на Бонито Пашек. Ефектът се засилва за малки стойности на  $\alpha$ .



# Равностойни публикации в специализирани научни издания на монографичен труд, които да не повтарят представените за придобиване на образователната и научна степен "доктор"

Примерно заглавие на труда: “Обработка на дигитални изображения с приложение в индустриалната компютърна томография”

Примерна структура (в скоби се обозначават статиите, които биха могли да се използват за попълването на съответните глави от монографията):

1. Увод
2. Обезшумяване на двумерни дигитални изображения, замърсени с Поасонов шум, базирано на вариационното смятане. Теория ([5,9,12])
3. Обезшумяване на двумерни радиографски проекции, замърсени със смесен Поасонов-Гаусов шум, генерирани посредством томограф *Nikon XTH 225*. ([14,19,20])
4. Двухазова сегментация на тримерни дигитални изображения, запазваща обема на твърдата фаза. Математически модел ([7,11])
5. Ефективен паралелен алгоритъм за намиране на точното решение на дискретна квадратична оптимизационна задача с ограничение от тип  $l_0$ . Приложение в сегментацията на порести структури ([10,15])
6. Други приложения на обработката на дигитални изображения:
  - В Дигиталната Антропология ([13,17])
  - В мобилните технологии ([22])