

РЕЦЕНЗИЯ

от проф. д-н Иван Томов Димов
Институт по информационни и комуникационни технологии – БАН
на дисертационния труд на
доц. д-р Милена Радославова Рачева
на тема

НОВИ ПОДХОДИ В КРАЙНОЕЛЕМЕНТНИЯ АНАЛИЗ ЗА ЕЛИПТИЧНИ ЗАДАЧИ за присъждане на научната степен “Доктор на науките”

В съвременната епоха компютърното моделиране се превръща в основен инструмент за изучаване на явления и процеси в науката и живота. Компютърното моделиране се прилага все по-широко, като нов клон в съвременната наука, заедно с класическите теоретични изследвания. Този нов клон все по-често измества класическите експериментални изследвания, за които са необходими много сериозни инвестиции. Математическите модели на редица важни процеси и явления се описват с помощта на диференциални, интегрални и интегро-диференциални уравнения. Численото решаване на такива уравнения се базира на подходяща дискретизация и ефективни методи и алгоритми за тяхната реализация.

Дисертацията на Милена Радославова Рачева е в областта на изчислителната математика с възможности за интересни приложения в математическото моделиране. Тази актуална област на съвременната приложна математика изисква компетентност в областта на изчислителната математика, конструктивната теория на функциите, както и в редица инженерни аспекти свързани с приложенията.

Задачи на дисертационната работа

Предмет на изследванията са нови подходи при анализ на граничните задачи в метода на крайните елементи (МКЕ). Разгледани са следните основни задачи:

- Изследване на елиптични спектрални задачи от четвърти ред. Доказване свойствата на смесената едномерна и многомерна вариационна задача, както и възможността за ускоряване на сходимостта в МКЕ за бихармоничната спектрална задача.
- Изучаване на интегро-диференциални уравнения в теорията на вискозоеластичността с цел вариационното им представяне в смесена формулировка и получаване на оценки за устойчивост.

- Представяване и анализ на нови подходи в МКЕ за елиптични задачи с "нестандартни" гранични условия.
- Развитие на некомформния МКЕ чрез доказване на влиянието на интегралните степени на свобода върху сходимостта и приложимостта на метода.

Разгледани са също така и математически модели и вариационни аспекти в терията на тънките греди.

Структура и съдържание

Дисертацията е в обем от 232 страници и се състои от увод, четири глави, заключение и библиография. Библиографията включва 152 заглавия, от които 24 са публикувани след 2007 година. Последният факт свидетелства, че през последните 5 години в областта на дисертацията се работи достатъчно активно. Дисертационният труд е построена върху 30 публикации - 21 в специализирани научни списания в страната и чужбина, 5 с импакт фактор. Четиринайсет от статиите са публикувани след 2010 година.

По-долу правя кратък преглед на основните научни резултати, получени от дисертантката по глави.

Увод

Уводът е в обем от 10 страници и включва мотивировка и актуалност на темата, цели и задачи, както и кратка анотация на резултатите, получени в дисертацията.

Глава 1

Тази глава е озаглавена "Смесен МКЕ за спектрални и интегродиференциални задачи - вариационни аспекти и оценки". В тази глава са разгледани елиптични задачи от четвърти ред. Тук е разгледана и задачата за апроксимация на интегро-диференциалното уравнение на вискозоеластичността от втори ред, представено в смесена формулировка. Тук са доказани твърдения, които дават достатъчни условия за симетризуемост и от там - реалност на спектъра за едномерни и многомерни задачи от четвърти ред. В едномерния случай са разгледани шест различни гранични условия, които моделират непринудени колебания на гредата в различни реални ситуации.

В тази глава от дисертацията е анализирана апостериорна техника за ускоряване на сходимостта за бихармонична спектрална задача при прилагане на смесения МКЕ. Предлага се алгоритъм, който позволява да се подобри точността на метода, като това става за сметка на решаване на допълнителна задача върху по-фина мрежа, или чрез повишаване на степента на апроксимиращите полиноми с единица. Би следвало по-прецизно да се покаже, че тази допълнителна задача е с по-ниска изчислителна сложност. Авторката използва понятието "по-лесна" задача, но един по-прецизен анализ на изчислителната сложност би направил резултата по-ценен.

Направен е анализ на хиперболично интегро-диференциално уравнение от втори ред със слабо сингулярно ядро на интегралното преобразуване. В този клас моделни задачи участват и диференциални оператори от дробен ред.

В тази глава се доказват и оценки за устойчивост чрез трансформиране на основното уравнение в смесена формулировка от две уравнения от първи ред спрямо времето, на която е намерено симетрично представяне. При дискретизация по пространствената променлива се използва стандартен МКЕ, а при дискретизация по времето -

непрекъснат метод на Гальоркин. В края на тази глава се дава оценка за грешката след дискретизация (Теорема 1.9).

Глава 2

Глава 2 е посветена на смесения метод на крайните елементи за спектрални и интегро-диференциални задачи. Крайно-елементната апроксимацията на спектралните интерфейсни задачи се характеризира с това, че дефиниционната област е съставена от няколко подобласти, така, че между всеки две съседни подобласти се определя преходно условие, т.е. на практика се получава вътрешна граница.

Разгледани са спектрални задачи от втори ред с нелокални условия. Нелокални условия имаме, когато върху общата част на две области решенията, определени върху съответните области съвпадат глобално, т.е. техните интегрални върху общата част имат една и съща стойност. И така, разгледани са интерфейсни задачи с преходни гранични условия, задачи със застъпващи се области и контактни задачи. Показано е как при изпълването на интегралните степени на свобода може да се получи оптимален ред на сходимост. В задачата за определяне на спектъра на елиптичен оператор, когато дефиниционните области се застъпват е доказан оптимален ред на сходимост с квадратични/биквадратични крайни елементи, като са преодолен редица технически трудности.

При изследването на контактни задачи се задава свързващо условие от интегрален тип. Изследвана е крайноелементната апроксимация на векторна спектрална задача между две едномерни тела. Доказан е оптимален ред на сходимост и са дискутирани изчислителни аспекти на алгоритмичната реализация на МКЕ.

Глава 3

В Глава 3 "Анализ и приложения на неконформни крайни елементи" са изследвани свойства, характерни за определени неконформни елементи, предложени са апостериорни техники за доказване на суперсходимост и са изследвани долни граници за елиптични оператори от втори и четвърти ред.

В тази глава е предложена модификация на елемента на Крузе-Равиар с цел използването му за ускоряване сходимостта на приближеното решение на елиптични задачи, както и при апроксимиране на собствените стойности. Дефинирано е неконформното крайноелементно пространство на Крузе-Равиар с интегрални степени на свобода. В тази глава е въведен така наречения "екзотичен" неконформен краен елемент, който представлява разширен елемент на Крузе-Равиар. В тази глава е представена и апостериорна техника за ускоряване на сходимостта чрез интерполирани крайни елементи. Доказани са оценки от тип "суперсходимост". Представен е алгоритъм и са дадени условията, при които може да се очаква повишаване на точността при спектрални задачи от втори ред посредством решаване на допълнителна задача, изискваща по-малка изчислителна сложност.

Обемът на Глава 3 е редуциран в сравнение с първия вариант на дисертационния труд. Този факт се дължи предимно на премахването на § 3.6 и § 3.7 от първия вариант, свързани с неконформен елемент на Зенкевич. Добавен един резултат (§ 3.5) за реда на сходимост на четириъгълен аналог на неконформен елемент на Morley за задачи от четвърти ред.

В § 3.2 са обединени свойства за четири от най-простите неконформни крайни елементи за задачи от II ред, т.е. тук вече разглежданията за триъгълни и четириъгълни елементи не са разделени. В § 3.3 е добавен резултат за интерполирани крайни елементи (Теорема 3.5), който утвърждава, че чрез четириъгълните неконформни крайни елементи не може да се получи повишаване на реда на сходимост чрез обединение на елементи в макроелементи. Този факт е в съответствие с изискването в дисертационния труд да се посочва при какви условия апостериорните алгоритми могат да ускоряват сходимостта. В Теореме 3.10 и 3.11 явно е посочено изискването за ограниченост отдолу на собствените функции – съответно неравенства (3.48) и (3.58), което всъщност е изискване за оптимален ред на сходимост за съответните крайноелементни приближения (виж също [34] от цитираната във В2 литература). Липсата на тези две условия в условията на теоремите беше основна забележка при неуспешната защита на първия вариант на дисертацията. Теорема 3.14 от първия вариант на дисертацията, обект на която са двустранни оценки на собствените стойности, е прецизирана и трансформирана в две теореми в настоящия вариант: Теорема 3.13 доказва метод за двустранни оценки само на първата собствена стойност, а Теорема 3.14 засяга целия спектър, но само за задача от II ред при конкретни крайни елементи. Доказателството на Теорема 3.14 е ново.

Глава 4

В тази глава са разгледани задачи от математическото моделиране на тънки греди, подложени на динамични натоварвания. Тези задачи имат приложения при оразмеряване на режещи инструменти в машиностроенето, а така също и в строителната механика при изследване на различни гредови конструкции.

Изследвана е задача за греда върху еластична основа, като по-точно тя е опряна на три пружини. Целта е да се пресметнат динамичните напрежения на гредата. Като се използва слаба формулировка, могат да бъдат пресметнати по МКЕ и собствените стойности и функции на елиптичен оператор от четвърти ред. Важен случай от теорията на еластичността е когато гредата е върху основа от Винклеров тип. Тази задача моделира свредло, закрепено в тричелюстник. Разгледана е и задача, моделираща ветрогенераторна перка. Изведено е смесено вариационно интегрално тъждество на перката, интерпретирана като тънка еластична греда. Участващите билинейни форми са симетрични.

Тази глава би била типична, в случай, че авторските претенции са в областта на математическото моделиране, а не на изчислителната математика, както е в случая. Тази глава има място, ако може да демонстрира, че развитата от Милена Рачева теория и получените резултати водят до решаването на практически изчислителни задачи, които или до сега не са могли да бъдат решавани, или се решават много по-елегантно или много по-точно с по-малка изчислителна сложност. Мисля, че точно това се е опитала да направи авторката, което прави включването на такава глава оправдано. В същото време смятам, че това не е направено достатъчно убедително, т.е. смятам, че биха могли да се намерят по-впечатляващи примери, върху които да се демонстрират достойнствата на теоретичните подходи, развити в дисертацията.

Критични бележки и препоръки

Критичните бележки, които имах към първия вариант на дисертацията са отстранени. Доказателствата се излагат с необходимата прецизност.

Продължавам да смятам, че получените резултати заслужават по-добра представителност и оттам би се получила още по-убедителна цитируемост.

Имам също така езикови бележки и бележки към оформянето на дисертацията. Има неголям брой стилистични неточности и използване на различни означения за един и същ обект, както и използване на едно и също означение за различни обекти.

Тези забележки са важни, като в същото време те не променят положителното ми отношение към представените в дисертацията резултати.

Обща характеристика и лични впечатления

Познавам Милена Рачева, като квалифициран, сериозен, амбициозен и добре организиран учен с доказани възможности за научни изследвания в областта на изчислителната математика и с доказан афинитет към математическото моделиране и числените експерименти. Многократно съм присъствал на международни научни форуми, където докладите на дисертантката са предизвиквали сериозен интерес и положителни отзиви в професионалната научна колегия.

Резултатите от дисертацията на Милена Рачева са публикувани в 30 статии, от които 5 са самостоятелни. Трябва да отбележа, че немалка част от публикациите са съвместни с професор Андрей Андреев. Смятам, че в съвместните публикации на д-р Рачева с проф. Андреев участието на Рачева е равностойно. Дисертантката е посочила 60 цитирания на нейни работи. Д-р Рачева покрива критериите от Правилника за специфичните условия за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в ИИКТ-БАН, което ни даде основания да стартираме процедурата по защита на дисертацията.

6. Заключение

Представените в дисертационния труд научни и научно-приложни резултати, част от които са новост за науката, а други обогатяват известни вече знания ми дават основание да препоръчам на научното жури да присъди на доц. д-р Милена Радославова Рачева научната степен “Доктор на науките” по специалност 01.01.09 “Изчислителна математика”.

26.02.2014 г.

София