СТАНОВИЩЕ

върху дисертационен труд за присъждане на
научна степен "Доктор на науките"
в Професионално направление: 4.5 Математика,
по научната специалност 01.01.09 "Изчислителна математика"
Автор: Милена Радославова Рачева
Тема: Нови подходи в крайноелементния анализ за елиптични задачи
Изготвил становището: проф. дмн Стефка Николаева Димова

Актуалност и значимост на проблема. Предлаганият дисертационен труд е в актуална и интензивно развиваща се област на изчислителната математика, важна и за приложенията.

Обзор на съдържанието и приносите в дисертационния труд. Дисертацията съдържа 300 страници, разпределени в Увод, 4 глави, Заключение и библиография от 149 заглавия.

В Увода са формулирани целите на дисертационния труд, използваните методи за осъществяването им, изложено е съдържанието по глави.

Глава 1 е посветена на Смесения Метод на Крайните Елементи (СМКЕ) за решаване на спектрални задачи от четвърти ред (едномерни, п. 1.2, многомерни, п. 1.3) и интегродиференциални задачи (п. 1.5). В п. 1.4 за бихармоничната двумерна спектрална задача е предложена и обоснована постпроцедура (Алгоритъм 1.1), която подобрява точността на собствените стойности (СС) и на собствените функции (СФ), получени по СМКЕ. Процедурата е основана на допълнително решаване на елиптична задача с дясна част получената по СМКЕ собствена функция, но с използване на по-финна мрежа (метод на двете мрежи, предложен от Xu и Zhou за задачи от II ред) или с използване на полиноми от степен с единица по-висока от тази на полиномите за решаване на спектралната задача (метод на двете пространства, предложен от Андреев и Рачева). Тези резултати са за крайни елементи от степен $n \geq 2$.

Използването на линейни КЕ в смесената формулировка на задачи от IV ред е дискутирано в п.1.5, където е анализирано използването на постпроцедурата от п. 1.4 във варианта метод на двете пространства.

В п.1.6 е конструирана смесена вариационна формулировка на интегродиференциална задача от хиперболичен тип. Получени са априорни оценки за решенията на непрекъснатата, полудискретната и дискретната задача. Пункт 1.8 съдържа резултатите от числени експерименти, илюстриращи някои от методите, анализирани в тази глава.

Като се абстрахирам от претенциозния и поради това не винаги математически точен стил на целия дисертационен труд, изложението на резултатите в тази глава е най-прецизно. Ще отбележа само ненужното (и неправилно) предположение $q_{ij}(x) \geq 0$ на стр. 30, 8 ред отдолу.

Спектрални задачи в съставни области с нелокални условия са предмет на изследване във Втора глава. Разработен е общ подход за три основни типа задачи: задачи с вътрешни граници и нелокални условия върху тях (п.2.2); задачи върху застъпващи се области (п.2.4); контактни задачи (п.2.5). Общият подход е в използване на крайни елементи с интегрални степени на свобода. Този подход дава възможност при изследването на апроксимацията и сходимостта да се използват интерполационни оператори от интегрален тип, както и да се конструират подходящи апостериорни процедури за повишаване точността на получените приближени решения.

За случая на спектрални задачи от втори ред с нелокални условия върху вътрешните граници това е направено в п.2.2. Използвани са триъгълни крайни елементи с 6 степени на свобода (стойности във върховете и интеграли по страните) и правоъгълни с 8 степени на свобода, осигуряващи конформност на метода. Предложена е постпроцедура, която подобрява стандартната оценка (2.24) за СС до (2.27) (Теорема 2.3), и стандартната оценка (2.23) за СФ до (2.31) (Теорема 2.4). Предложено е и повишаване на точността чрез възстановяваща процедура върху макроелементи, но тя предполага гладкост на собствените функции, каквато те едва ли биха могли да имат в случая на съставна многоъгълна област, каквато се разглежда тук (Теорема 2.5).

Чрез подходящ избор на КЕ с интегрални степени на свобода за задачи върху застъпващи се области е получен оптимален ред на сходимост както за СС, така и за СФ. Изборът на КЕ и техниките на изследване в случая на контактни задачи са изложени върху конкретна едномерна задача.

Глава 3 е посветена на неконформния МКЕ за решаване на елиптични задачи от II-ри и IV-ти ред при използване на КЕ с интегрални степени на свобода.

В п. 3.2 неконформният интегрален елемент на Crouzeix-Raviart (C-R) е използван при решаване на двумерна елиптична задача. Доказателството на основния резултат тук (Теорема 3.1.) е непълно - за да се получи оценката (3.4), трябва да се оцени и грешката за съгласуваност (втория член в дясно в оценката от втората Лема на Стренг, на която се позовава доц. Рачева). Същият пропуск е направен в доказателството на Теорема 3.2 в п. 3.2 за разширения интегрален елемент EC-R. Тук са въведени и два четириъгълни интегрални КЕ.

В п. 3.4 е предложено апостериорно обединение на крайни елементи, така че интерполираното върху макроелемента крайноелементно решение да бъде по-добро приближение на точното решение. При подходящ избор на макроелемента това е показано за случая на C-R и EC-R елементи. Същата процедура е използвана и при решаване на двумерната спектрална задача за повишаване точността на приближените СС и СФ (п. 3.5). Там е предложена и друга апостериорна процедура (Алгоритъм 3.1), основана на решаване на спектралната задача с кой да е от 4-те интегрални неконформни елемента и допълнително решаване на елиптична задача с използване на допълнените със стойностите във върховете крайноелементни пространства. Доказано е повишаване с два порядъка на точността на СС при съответни предположения за гладкост на СФ.

В п. 3.6 е предложена модификация (наречена Z-елемент) на триъгълника на Зенкевич, която е приложена за решаване на елиптична задача от IV ред. В п. 3.7 Z-елементът е използван за решаване на елиптична спектрална задача от IV-ти ред. Апостериорна процедура, основана на решаването на спектралната задача със Z-елемента, последвана от решаване на изходната елиптична задача с дясна част получената СФ и използване на конформния елемент на Бел, дава възможност да се подобри с два порядъка точността на приближените СС.

Свойството на неконформните методи да дават приближения на точните СС отдолу, е дискутиран в п. 3.8. За съжаление доказателствата на Теорема 3.11 (за неизпъкнала област) и Теорема 3.12 (за изпълнала област) не са коректни. За да бъде вярно неравенството (3.62), трябва първият член в последното равенство (3.63) да бъде оценен отдолу, а не отгоре. Впрочем в Забележка 3.11 доц. Рачева е казала, че “за по-голяма прецизност в Теорема 3.11 и Теорема 3.12” такава оценка трябва да се предположи, но това не прави доказателствата верни.

Комбинацията от неконформен МКЕ за решаване на спектралната задача (даващ приближение на СС отдолу) и конформен метод на КЕ за решаване на спомагателна елиптична задача (с дясна част пресметнатата СФ) дава възможност да бъдат намерени двустранни приближения за неизвестните СС, което е много ценно в реални задачи (п. 3.10). Предложеният Алгоритъм 3.2 се основава на твърдението на Теорема 3.14. Доказателството е коректно обаче само за първата (най-малката) СС, "същите съображения" не работят за произволна СС.

Шестте примера в п.3.11 илюстрират основните резултати, получени в тази глава.

В Глава 4 са съставени вариационни математически модели на важни реални проблеми - пресмятане динамичните напрежения на греда върху еластична основа (п. 4.2), пресмятане динамичните премествания и напрежения на греда върху основа от Винклров тип (п. 4.3) и на винтово свредло (п. 4.4). Смесена симетрична вариационна формулировка на задачата за определяне на непринудените честоти и функции на формата на ветрогенераторна перка е направена в п. 4.5. Съдържателни примери с реални данни са приложени в последния пункт.

Публикации по темата на дисертационния труд и цитирания. Резултатите, представени в дисертационния труд, са публикувани в 28 статии, 1 статия е приета за печат. Две от работите са в JCAM (ИФ 1.029 за 2010 г.), 1 е в Доклади на БАН (ИФ 0.219 за 2010 г.); 12 са в рецензирани сборници с работи на международни конференции - в LNCS (11 работи) и в AIP Conference Proceedings (1). По сведение на автора са забелязани общо 51 цитирания на 11 работи, включени в дисертацията, и още 10 цитирания на работи, невключени в дисетацията, но свързани с тематиката и'. Така специфичните условия за придобиване на научната степен Доктор на науките в ИИКТ са изпълнени. Пет от публикациите са самостоятелни, 17 - с един съавтор, 6 - с двама съавтори, 1 - с трима съавтори. Считам, че в съвместните работи участието на съавторите е равностйно.

Апробация на резултатите. Резултатите в дисертационния труд са докладвани на специализирани международни конференции - в България: LSSC (2003, 2005, 2007, 2009, 2011), AMiTaNS (2010), NAA (2004, 2008); в чужбина: European FE Fair (2005, 2010, 2011), както и на международни технически форуми: Research and Development in Mechanical Industry, Сърбия, 2008, Int. Conf. UNITECH, Габрово (2009-2011).

Участие в научни проекти. М. Рачева има участие в 2 научни проекта, финансирани от НФНИ и в 3 проекта, финансирани от ТУ - Габрово.

Автореферат. Авторефератът е на 38 стр. и отразява в концентриран вид съдържанието на дисертационния труд. Основните приноси на автора са отразени в Авторската справка, но трябва да се имат предвид посочените непълни и дори неверни доказателства в Глава 3.

Забележки и препоръки.

Като цяло в представения труд има сериозни приноси в теорията и приложенията на МКЕ за решаване на практически важни и нестандартни диференциални задачи. Преодолени са съществени трудности при получаване на оценки за точността на предложените методи. Ще отбележа отново ефективните апостериорни процедури за съществено повишаване реда на точност на първоначално получените приближения. Считам обаче, че в труд за "доктор на науките" не би трябвало да има такива пропуски в доказателствата, още повече доц. Рачева твърди, че "преобладаващият характер на дисертацията е теоретичен". Считам, също, че ако в Трета глава бяха останали само безспорните теоретични резултати, някои теоретични хипотези и основаните на тях алгоритми, трудът щеше само да спечели. От този огромен материал може да се отдели съществената част, и изложена с един по-прецизен математически език, може да се превърне в дисертационен труд.

Заключение: *Въз основа на всичко казано до тук имам основание да не предложа да бъде присъдена научната степен "доктор на науките " на Милена Радославова Рачева в професионално направление 4.5 Математика, научна специалност: 01.01.09 - "Изчислителна математика".*

02.08.2012 г.
гр. София